

整数計画を用いた せん断型構造物モデルにおける
粘性ダンパーの最適配置法

寒野 善博

September 1, 2013

2013 年度 日本建築学会大会

粘性ダンパーの最適配置

- 最適レギュレーター (linear-quadratic regulator)
[Gluck, Reinhorn, Gluck & Levy '96]
- sequential search algorithm [Shukla & Datta '99] [López García '01]
(ダンパーを単位量ずつ追加する発見的手法)
- 伝達関数の最小化
[Takewaki '97] [Takewaki & Yoshitomi '98] [Cimellaro '07] [Aydin '12]
- 全応力設計のアナロジー [Lavan & Levy '06]

粘性ダンパーの最適配置

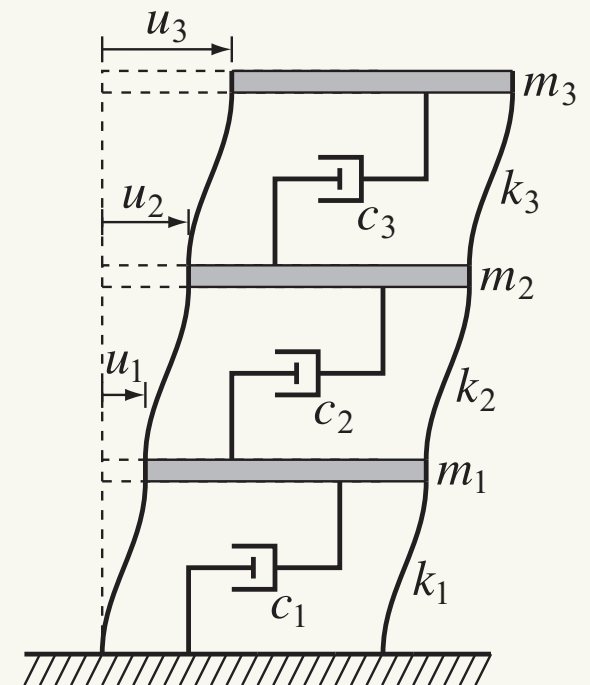
- 最適レギュレーター (linear-quadratic regulator)
[Gluck, Reinhorn, Gluck & Levy '96]
- sequential search algorithm [Shukla & Datta '99] [López García '01(*1)]
(ダンパーを単位量ずつ追加する発見的手法)
- 伝達関数の最小化
[Takewaki '97(*2)] [Takewaki & Yoshitomi '98] [Cimellaro '07] [Aydin '12]
- 全応力設計のアナロジー [Lavan & Levy '06(*3)]
- (*1), (*2), (*3) の比較 (記録地震波を用いた応答解析)
[Whittle, Williams, Karavasilis & Blakeborough '12]
 - ほぼ同じ性能：
最大層間変形, 絶対加速度, 残留層間変形の減少量は同程度
- 提案：“(*2) & 離散変数”の**大域的最適化**
(変数はダンパーの粘性係数)

せん断型モデルの運動方程式

$$Ku + C\dot{u} + M\ddot{u} = -M\ddot{u}_g \mathbf{1}$$

- $u \in \mathbb{R}^n$: 変位ベクトル (未知数), 図は $n = 3$
 - u_i : 第 i 層の変位
- \ddot{u}_g : 入力加速度 (地震動)

- K : 剛性行列
- C : 粘性行列 (設計変数 c_i に依存)
- M : 質量行列



層間変位の伝達関数の最小化 [Takewaki '97]

- 周波数領域での運動方程式 :

$$(K + i\omega C - \omega^2 M)v(\omega) = -M\ddot{v}_g(\omega)\mathbf{1}$$

- $v(\omega)$: 変位 u の Fourier 変換
- $\ddot{v}_g(\omega)$: 入力加速度 \ddot{u}_g の Fourier 変換

- 変位の伝達関数 : ($\bar{\omega}$ は 固有円振動数)

$$\hat{v} = v(\bar{\omega})/\ddot{v}_g(\bar{\omega})$$

- 層間変位の伝達関数 :

$$\hat{\delta} = H^T \hat{v}$$

- 層間変位 は $d = H^T u$ と書ける.

- $\sum_{i=1}^n |\hat{\delta}_i| \rightarrow$ 最小化

層間変位の伝達関数の最小化 [Takewaki '97]

- 最適化問題 :

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^n |\hat{\delta}_i| \\ \text{s. t.} \quad & \hat{\delta} = H^T \hat{v} \\ & (K + i\bar{\omega}C(\mathbf{c}) - \bar{\omega}^2 M)\hat{v} = -M\mathbf{1} \\ & \sum_{i=1}^n c_i \leq c_{\text{sum}}^{\text{max}} \\ & c_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, n) \end{aligned}$$

- 変数は

- $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$: ダンパーの粘性係数
- $\hat{v} \in \mathbb{C}^n$: 変位の伝達関数
- $\hat{\delta} \in \mathbb{C}^n$: 層間変位の伝達関数

離散変数の最適化問題

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^n y_i \\ \text{s. t.} \quad & y_i \geq \|(\text{Re } \delta_i, \text{Im } \delta_i)\| \\ & \hat{\boldsymbol{\delta}} = H^T \hat{\mathbf{v}} \\ & (K + i\bar{\omega}C(\mathbf{c}) - \bar{\omega}^2 M)\hat{\mathbf{v}} = -M\mathbf{1} \\ & \sum_{i=1}^n c_i \leq c_{\text{sum}}^{\max} \\ & c_i \in \{0, \bar{c}, 2\bar{c}, \dots, p\bar{c}\} \quad (i = 1, \dots, n) \end{aligned} \quad (\clubsuit)$$

- (\clubsuit): 各ダンパーは“0 か \bar{c} の倍数”から選択
 - カタログから選択
 - 小さすぎる (\bar{c} 未満の) 解を除外
 - 大域的最適化の手法を提案

混合整数計画への変換

- 離散変数の導入 :

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad x_{i1} \geq x_{i2} \geq \cdots \geq x_{ip}$$

- 制約 $c_i \in \{0, \bar{c}, 2\bar{c}, \dots, p\bar{c}\}$ は $c_i = \bar{c} \sum_{j=1}^p x_{ij}$ と書ける.

- 次の形式の最適化問題に帰着 :

$$\begin{aligned} \min \quad & \mathbf{f}^T \mathbf{x} + \mathbf{r}^T \mathbf{y} \\ \text{s. t.} \quad & \|\mathbf{A}_l \mathbf{x} + \mathbf{G}_l \mathbf{y} - \mathbf{b}_l\| \leq \mathbf{d}_l^T \mathbf{x} + \mathbf{e}_l^T \mathbf{y} - h_l \\ & x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \mathbf{y} \in \mathbb{R}^q \end{aligned}$$

- 混合整数 2 次錐計画

- $x_{ij} \in \{0, 1\}$ を $0 \leq x_{ij} \leq 1$ に緩和すると 2 次錐計画 (凸計画)
- 分枝限定法で解ける (商用 / 非商用 のソルバー あり)

種々の組合せ的な制約

- 離散変数の導入 :

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad x_{i1} \geq x_{i2} \geq \cdots \geq x_{ip}$$

- 制約 $c_i \in \{0, \bar{c}, 2\bar{c}, \dots, p\bar{c}\}$ は $c_i = \bar{c} \sum_{j=1}^p x_{ij}$ と書ける.
-

- ダンパーを導入する層の数の上限値 γ

$$\sum_{i=1}^n x_{i1} \leq \gamma$$

種々の組合せ的な制約

- 離散変数の導入 :

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad x_{i1} \geq x_{i2} \geq \cdots \geq x_{ip}$$

- 制約 $c_i \in \{0, \bar{c}, 2\bar{c}, \dots, p\bar{c}\}$ は $c_i = \bar{c} \sum_{j=1}^p x_{ij}$ と書ける.

- ダンパー量は $\bar{r}\bar{c}$ 以上から選ぶとき
(つまり, $c_i \in \{0, \bar{r}\bar{c}, (\bar{r} + 1)\bar{c}, (\bar{r} + 2)\bar{c}, \dots, p\bar{c}\}$)

$$x_{i1} \leq x_{i\bar{r}} \quad (i = 1, \dots, n)$$

- $x_{i1} = 1 \Rightarrow x_{i2} = \cdots = x_{i\bar{r}} = 1$
- $x_{i\bar{r}} = 0 \Rightarrow x_{i1} = \cdots = x_{i,\bar{r}-1} = 0$

種々の組合せ的な制約

- 離散変数の導入 :

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad x_{i1} \geq x_{i2} \geq \cdots \geq x_{ip}$$

- 制約 $c_i \in \{0, \bar{c}, 2\bar{c}, \dots, p\bar{c}\}$ は $c_i = \bar{c} \sum_{j=1}^p x_{ij}$ と書ける.

- 隣り合う二つの層に、同時にはダンパーを導入しない

$$x_{i1} + x_{i+1,1} \leq 1 \quad (i = 1, \dots, n-1)$$

- 隣り合う三つの層の、たかだか一つにしかダンパーを導入しない

$$x_{i1} + x_{i+1,1} + x_{i+2,1} \leq 1 \quad (i = 1, \dots, n-2)$$

数値実験 ($n = 6$ 層, 剛性が一様)

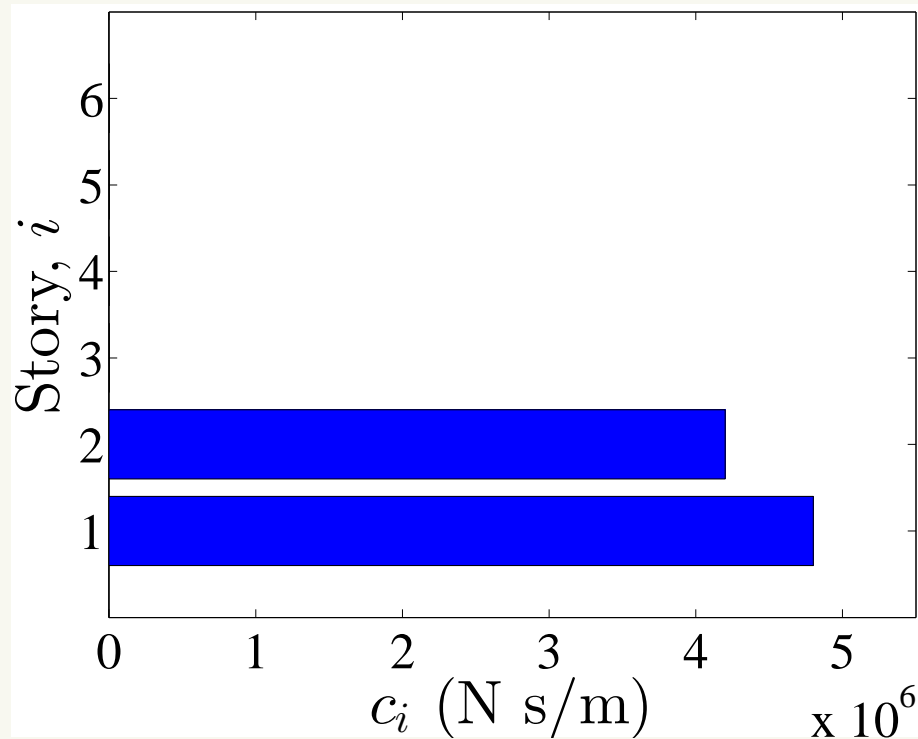
- 質量 $m_i = 80,000$ kg ($i = 1, \dots, 6$)
- 剛性 $k_i = 40,000$ kN/m ($i = 1, \dots, 6$)
- ダンパーの粘性係数
 - 総和の上限値 $c_{\text{sum}}^{\text{max}} = 9,000$ kNs/m

← 既存研究 [Takewaki '97] の設定

- 離散化 :
 - $c_i \in \{0, 500, 1000, \dots, 7500\}$ kNs/m
 - $c_i \in \{0, 200, 400, \dots, 6000\}$ kNs/m
 - $c_i \in \{0, 100, 200, \dots, 6000\}$ kNs/m

最適解 (剛性が一様)

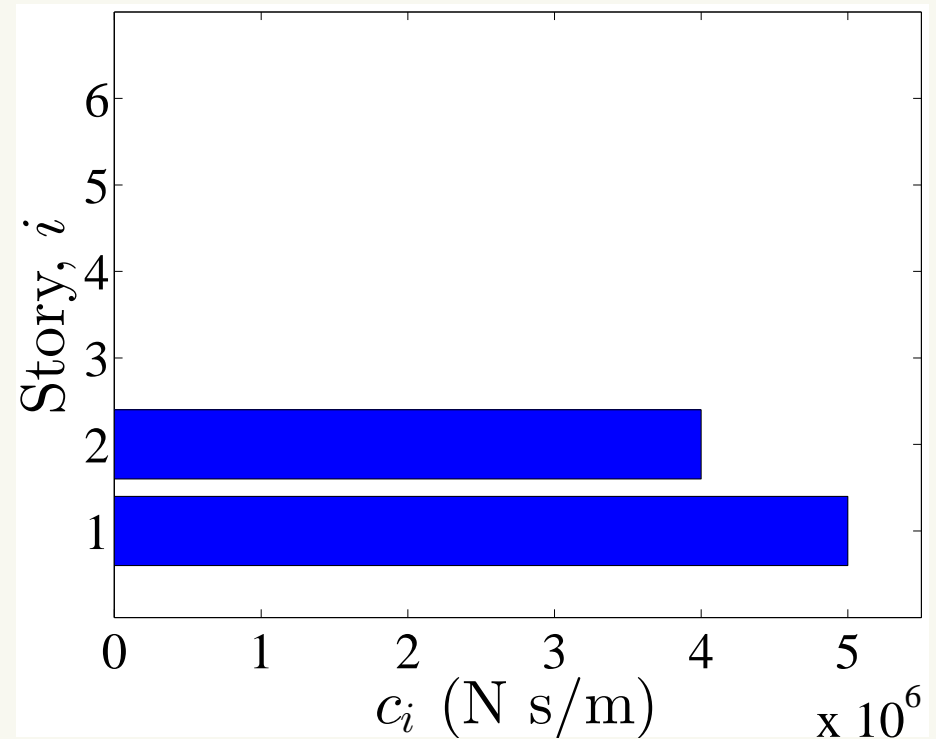
- ダンパーの粘性係数



$$c_i \in \{0, 200, \dots, 6000\} \text{ kNs/m}$$

$$c_i \in \{0, 100, \dots, 6000\} \text{ kNs/m}$$

$$\sum_{i=1}^6 |\hat{\delta}_i| = 0.135132$$



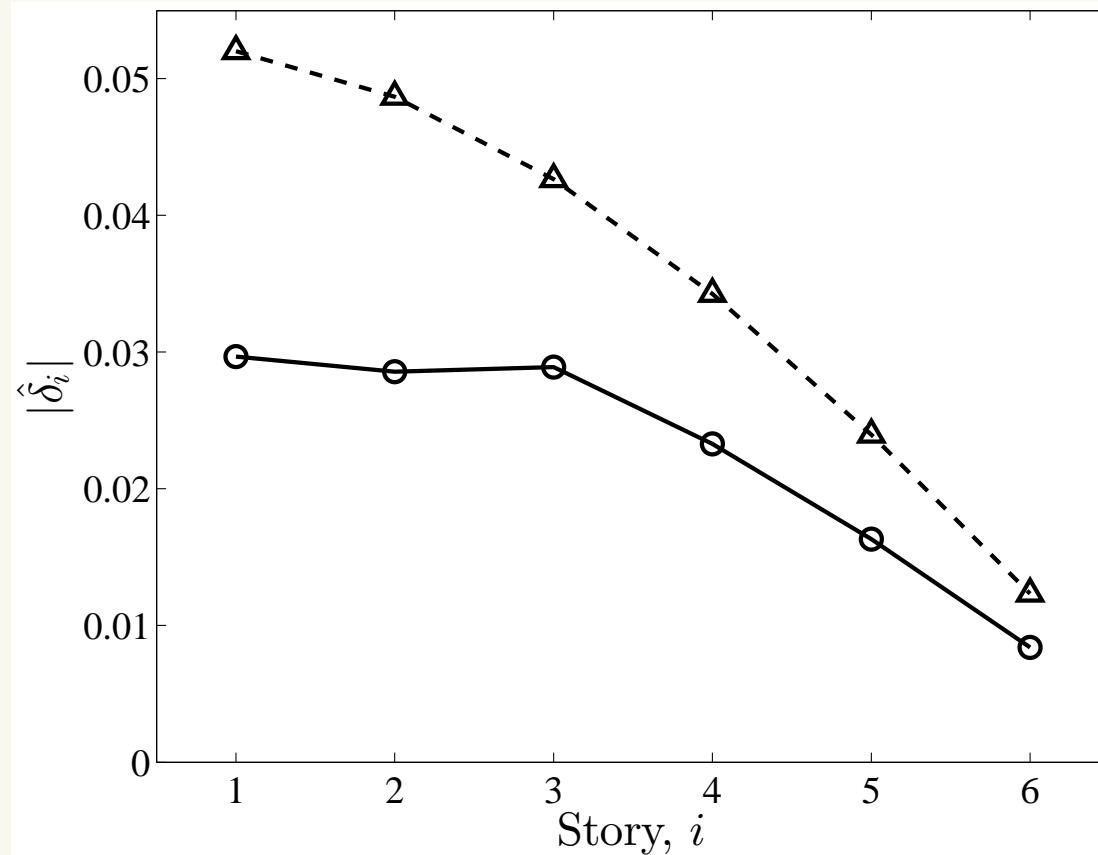
$$c_i \in \{0, 500, \dots, 7500\} \text{ kNs/m}$$

$$\sum_{i=1}^6 |\hat{\delta}_i| = 0.1352236$$

- 解の傾向は 既存研究 [Takewaki '97] と同じ

伝達関数（剛性が一様）

- 層間変位の伝達関数 $|\hat{\delta}_i|$ ($\bar{\omega}$ における値)



“——” 最適解

“- - -” $c_1 = \dots = c_6$

- 特に 下層階で $|\hat{\delta}_i|$ が大きく減少

計算時間（剛性が一様）

- 二つのソルバーで比較

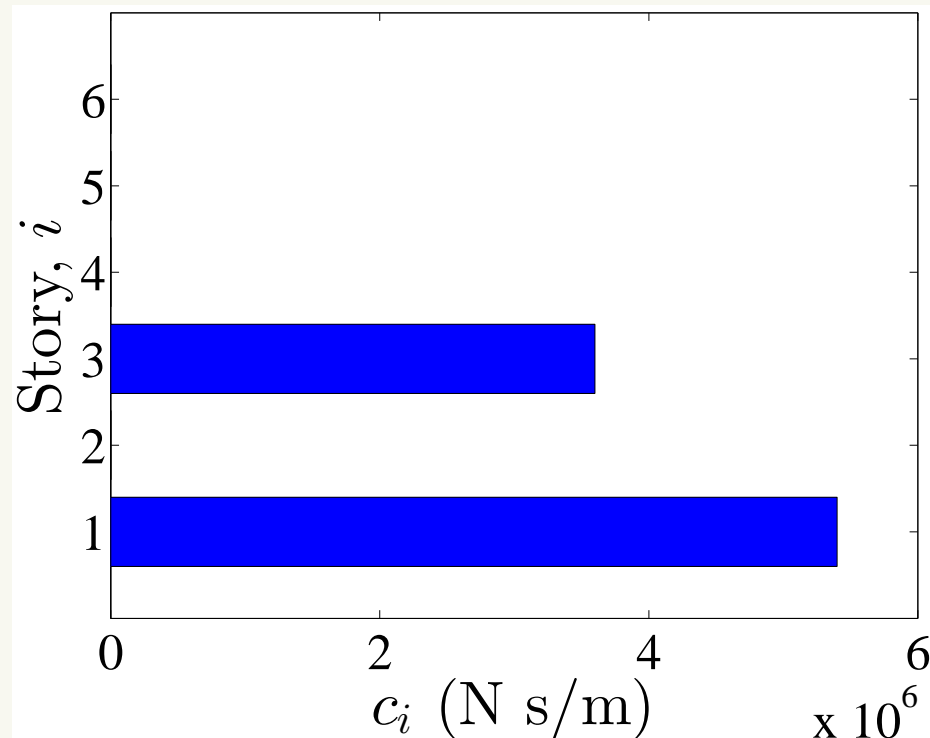
p	CPLEX (ver. 12.2)		Gurobi (ver. 5.0)	
	Time (s)	No. of nodes	Time (s)	No. of nodes
15	3.1	25,233	7.7	20,536
30	172.6	837,374	135.2	465,107
60	2,103.5	6,164,308	1,210.9	1,954,957

6-Core Intel Xeon Westmere (2.66 GHz) with 64 GB RAM

- $p = 60$ の問題のサイズ
 - 0-1 変数 : 360 個
 - 連続変数 : 402 個
 - 線形の不等式制約 : 1,615 本
 - 線形の等式制約 : 36 本
 - 2次錐制約 : 6 本

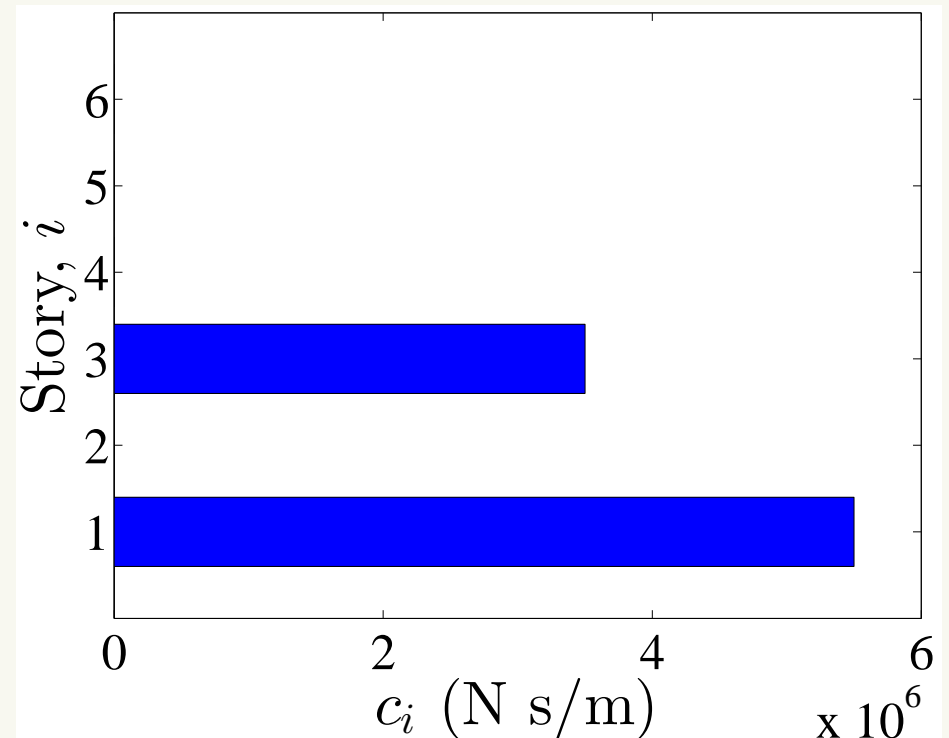
組合せ的な制約と最適解（剛性が一樣）

- 隣り合う層に，同時にはダンパーを導入しない
- ダンパー数の上限は $\gamma = 3$
- ダンパーの粘性係数



$c_i \in \{0, 200, \dots, 6000\}$ kNs/m

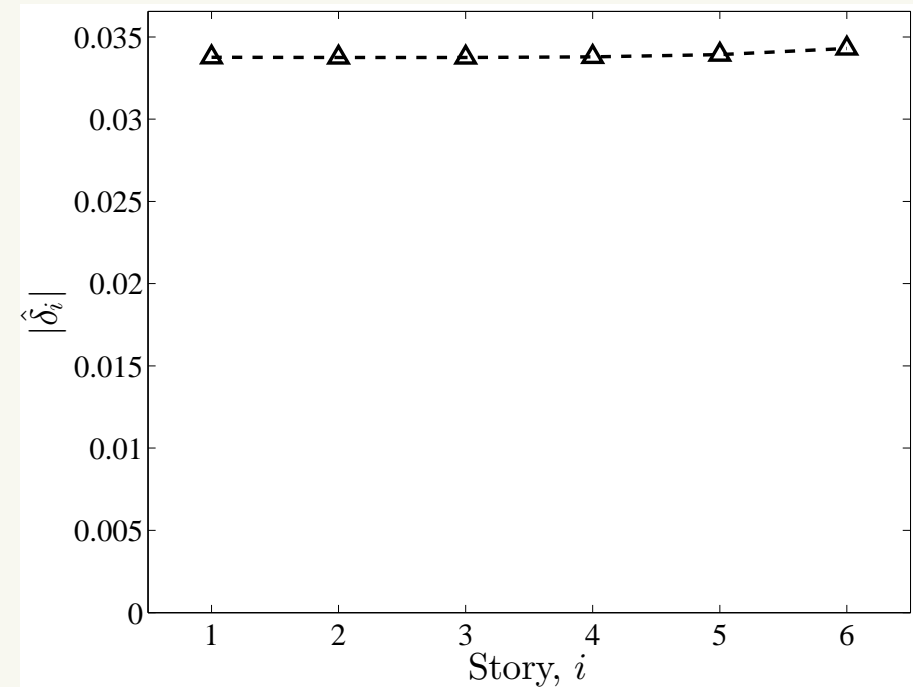
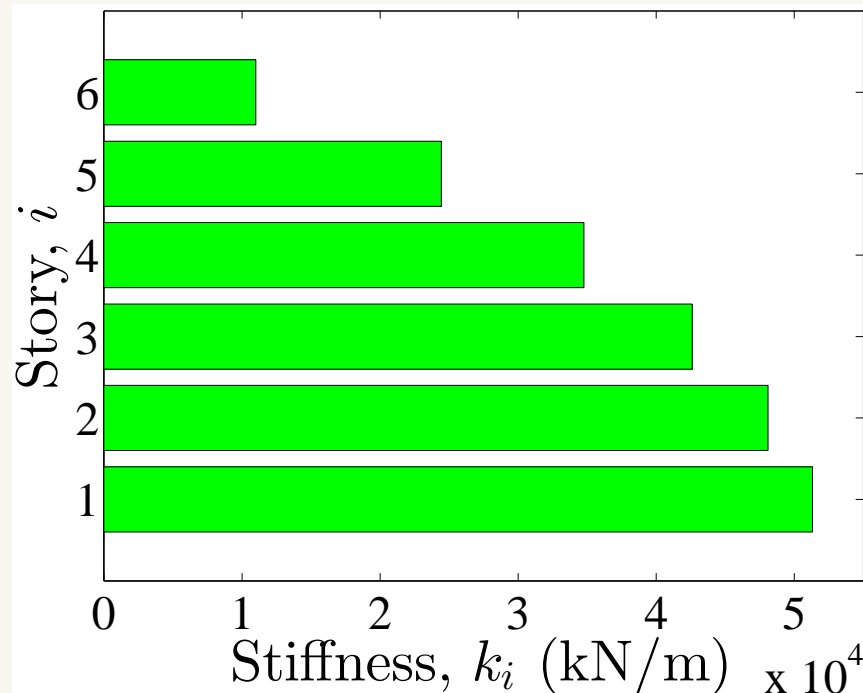
$c_i \in \{0, 100, \dots, 6000\}$ kNs/m



$c_i \in \{0, 500, \dots, 7500\}$ kNs/m

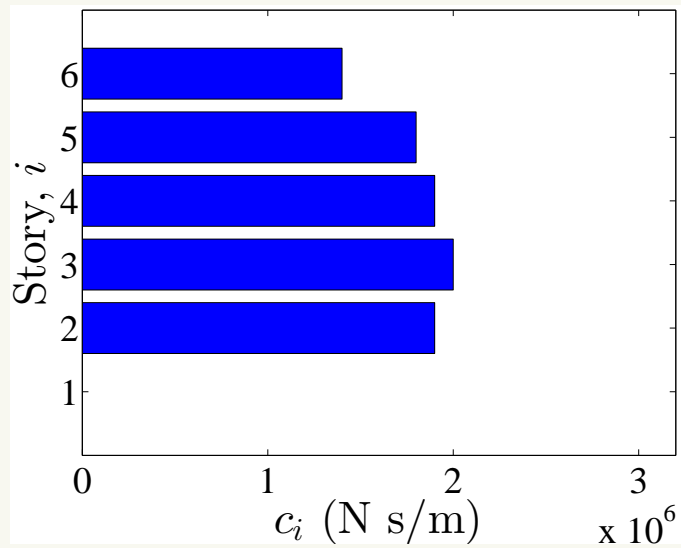
数値実験 ($n = 6$ 層, 伝達関数が一様)

- 質量 と ダンパーの粘性係数 の設定はこれまでと同じ
- 剛性の分布 [Takewaki '97]

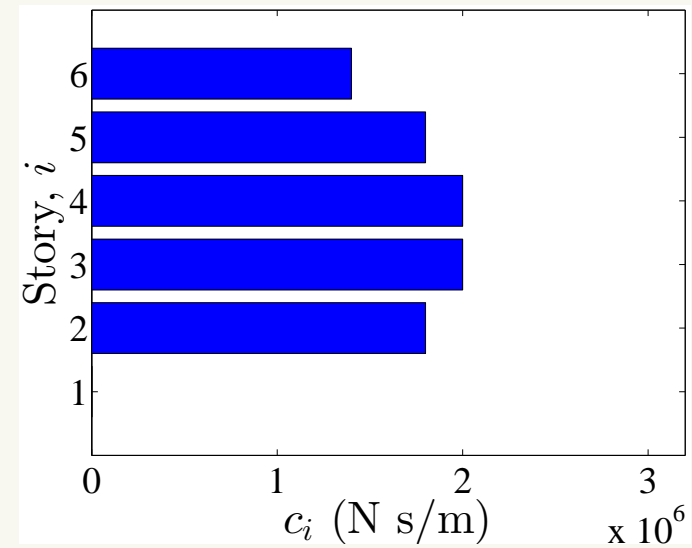


- ダンパーを一様 (つまり, $c_1 = \dots = c_6$) に選ぶと, 層間変位の伝達関数 $|\hat{\delta}_i|$ の値が一様 (つまり, $|\hat{\delta}_1| = \dots = |\hat{\delta}_6|$)

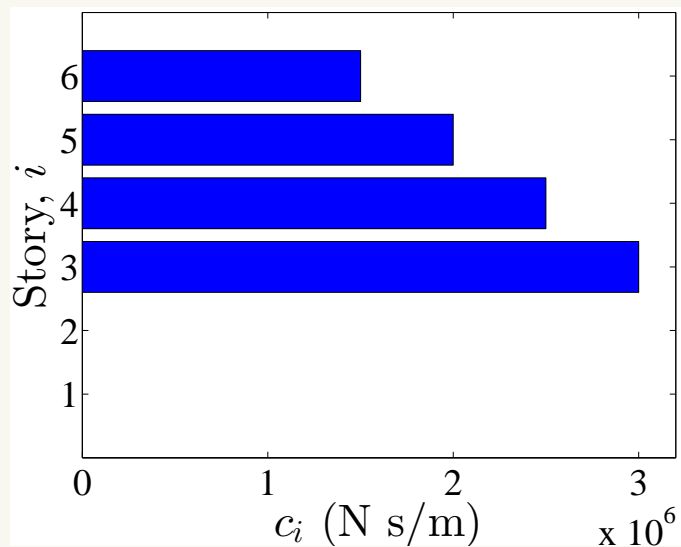
最適解



(a) $c_i \in \{0, 100, \dots, 6000\}$ kNs/m



(b) $c_i \in \{0, 200, \dots, 6000\}$ kNs/m



(c) $c_i \in \{0, 500, \dots, 7500\}$ kNs/m

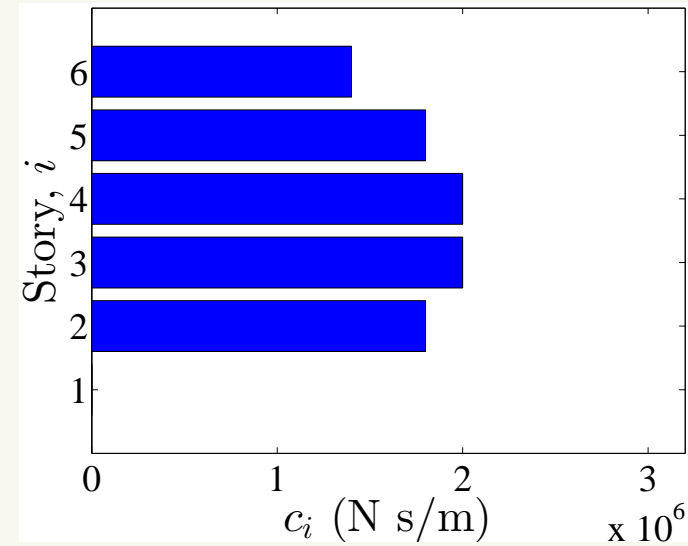
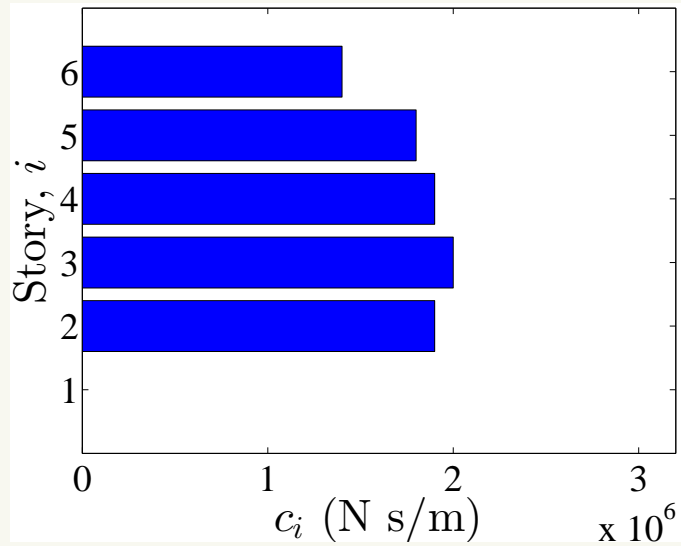
(a) obj. val. = 0.201158

(b) obj. val. = 0.201162

(c) obj. val. = 0.201222

● 既存研究 obj. val. = 0.2027

最適解



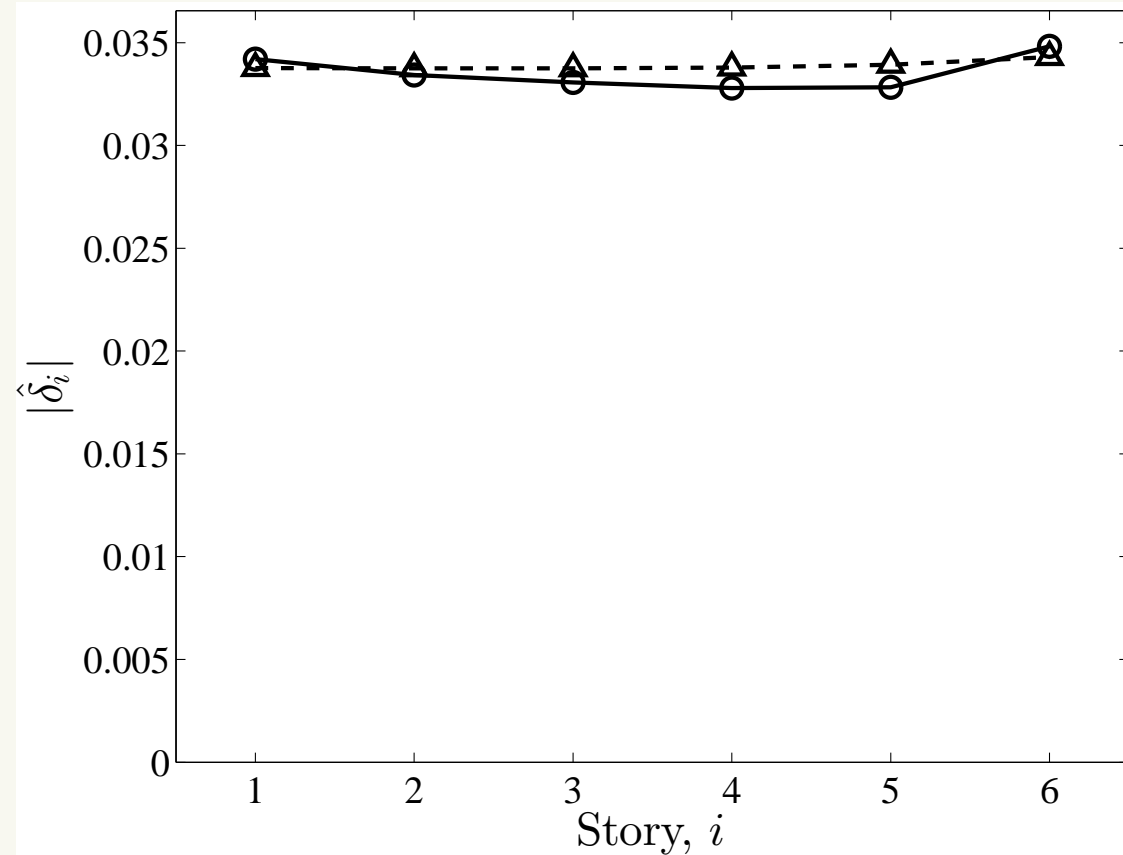
(a) $c_i \in \{0, 100, \dots, 6000\}$ kNs/m

(b) $c_i \in \{0, 200, \dots, 6000\}$ kNs/m

- 既存研究の解はすべての層にダンパーを導入
- 離散変数版を解いているが、既存研究の解よりよい解が得られた。

伝達関数

- 層間変位の伝達関数 $|\hat{\delta}_i|$ ($\bar{\omega}$ における値)



“——” 最適解 $c_i \in \{0, 500, \dots, 7500\}$ kNs/m

“- - -” $c_1 = \dots = c_6 = 1,500$ kNs/m

- $|\hat{\delta}_i|$ は大きく変わらない

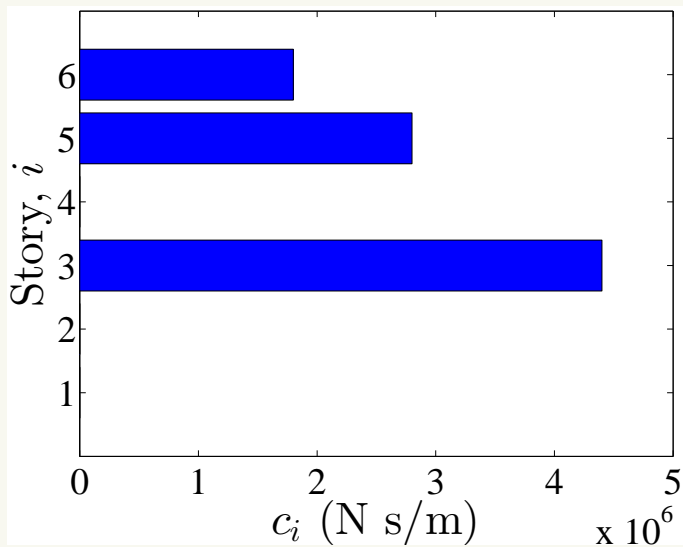
計算時間

p	CPLEX (ver. 12.2)		Gurobi (ver. 5.0)	
	Time (s)	No. of nodes	Time (s)	No. of nodes
15	26.3	146,817	16.6	100,999
30	1,455.6	6,158,001	880.6	4,623,129
60	62,021.6 (≈ 17.2 h)	128,500,335	33,917.6 (≈ 9.4 h)	88,934,141

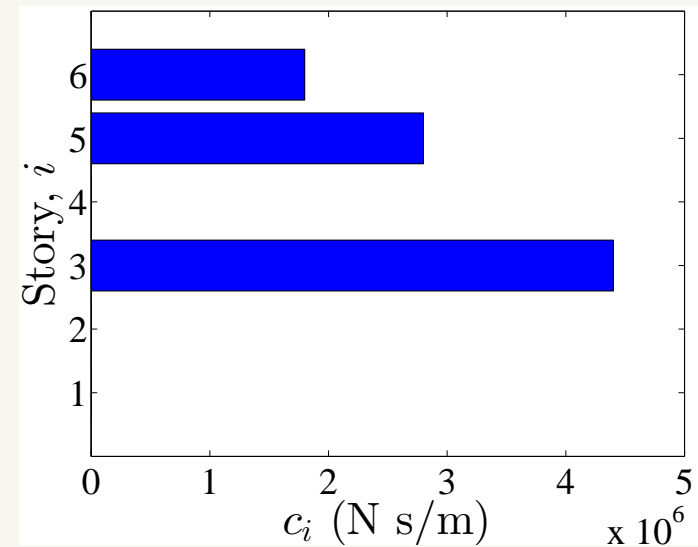
6-Core Intel Xeon Westmere (2.66 GHz) with 64 GB RAM

- 整数計画として 難しいデータ と思われる
 - 層間変位の伝達関数が一樣になるように 剛性を決めているから 粘性係数が一樣の場合と最適解で 目的関数値の差が小さい

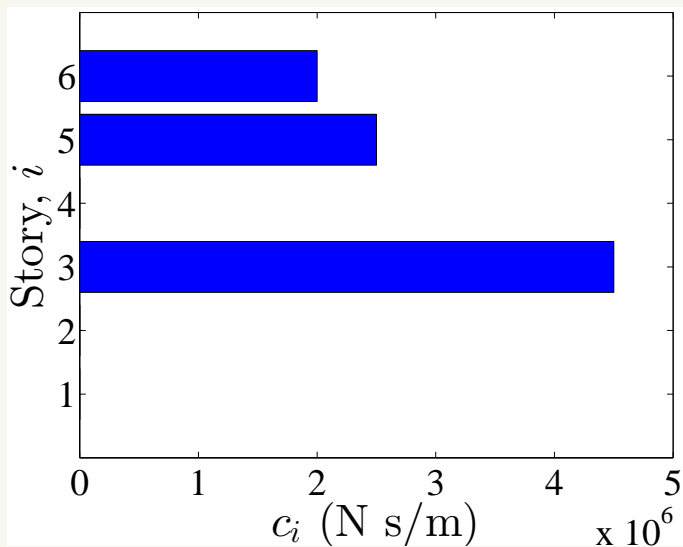
組合せ的な制約の下での最適解



(a) $c_i \in \{0, 100, \dots, 6000\}$ kNs/m



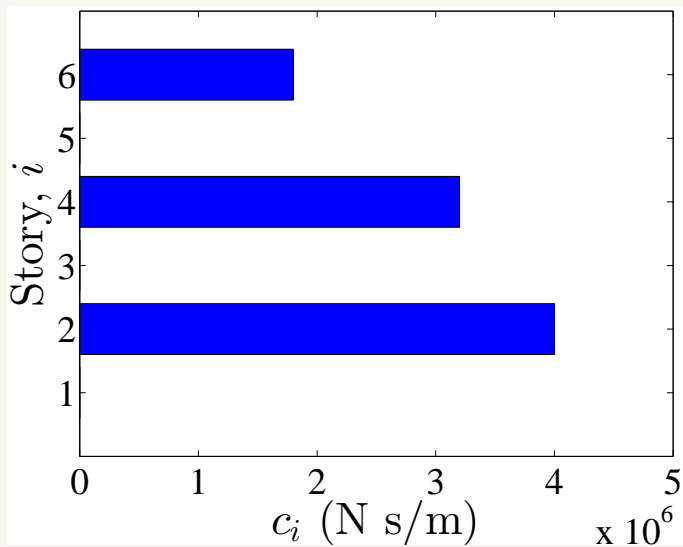
(b) $c_i \in \{0, 200, \dots, 6000\}$ kNs/m



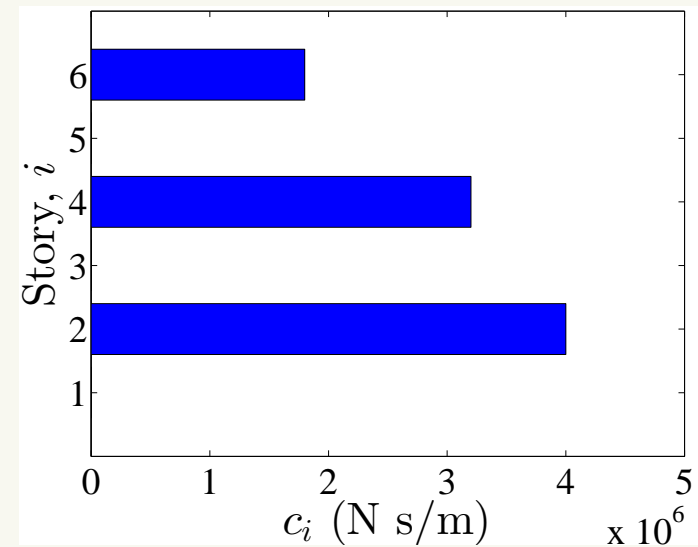
(c) $c_i \in \{0, 500, \dots, 7500\}$ kNs/m

- ダンパーの数の上限値は $\gamma = 3$

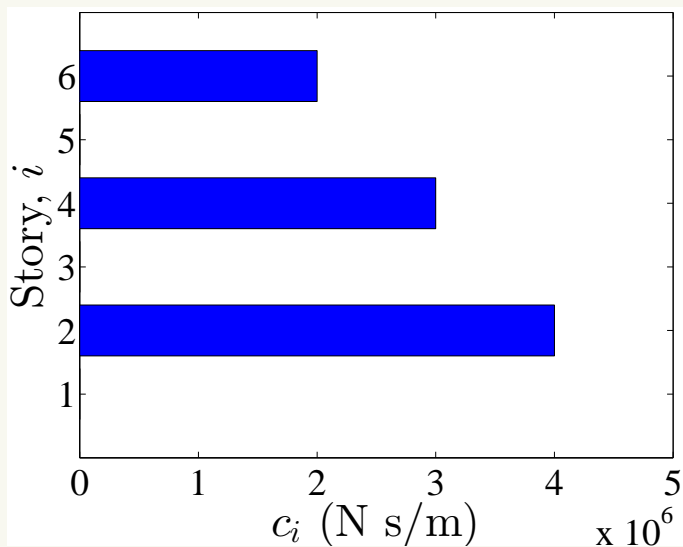
組合せ的な制約の下での最適解



(a) $c_i \in \{0, 100, \dots, 6000\}$ kNs/m



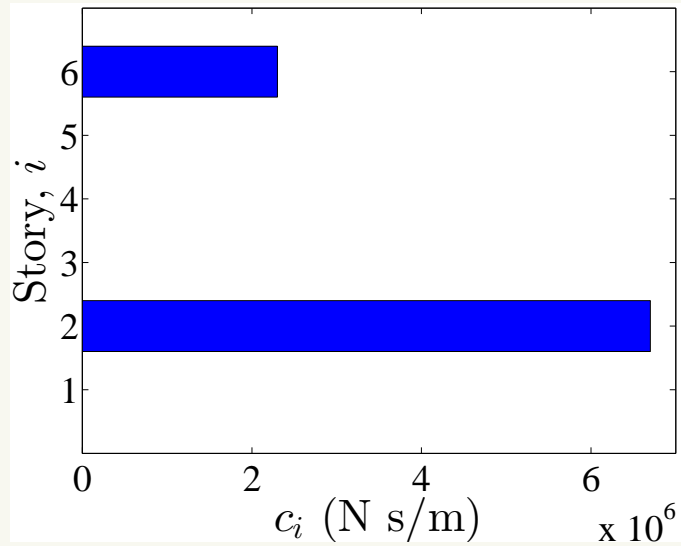
(b) $c_i \in \{0, 200, \dots, 6000\}$ kNs/m



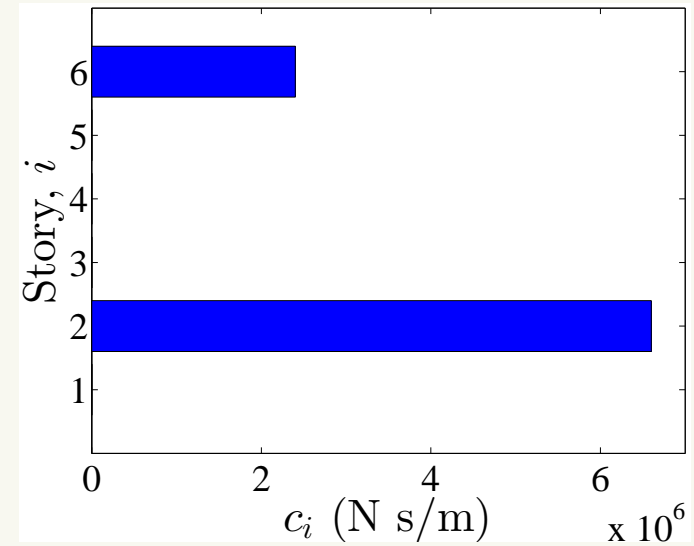
(c) $c_i \in \{0, 500, \dots, 7500\}$ kNs/m

- ダンパーの数の上限値は $\gamma = 3$
- 隣り合う層に、同時にはダンパーを導入しない

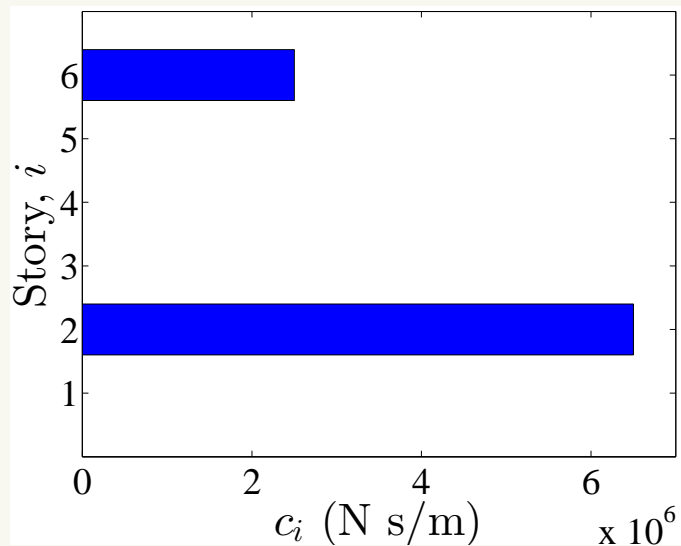
組合せ的な制約の下での最適解



(a) $c_i \in \{0, 100, \dots, 6000\}$ kNs/m



(b) $c_i \in \{0, 200, \dots, 6000\}$ kNs/m



(c) $c_i \in \{0, 500, \dots, 7500\}$ kNs/m

- ダンパーの数の上限値は $\gamma = 2$
- 隣り合う層に、同時にはダンパーを導入しない

まとめ

- ダンパー配置の最適化
 - せん断型モデル
 - 粘性ダンパーを配置
- 伝達関数の最小化
 - 層間変位の伝達関数の 総和／最大値 の最小化
- ダンパーの粘性係数が離散値
 - カタログから選ぶ
 - ダンパーを導入する層の数に対する制約
 - 小さすぎるダンパーの導入を防ぐ制約
- 大域的最適化
 - 整数計画による手法