

# ロバスト性・冗長性とレジリエンス

寒野 善博

東京工業大学 未来産業技術研究所

Aug. 24, 2016

建築学会大会パネルディスカッション・構造部門（応用力学）

『レジリエントで高い安全性を確保する構造設計とは』

# レジリエンスを高めるには

- レジリエンス向上の共通戦略

[丸山, Legaspi, & 南 '14]

- 冗長性
- 多様性
- 適応性

- レジリエンスの構成要素

[Bruneau+ '03]

- Robustness
- Redundancy
- Resourcefulness
- Rapidity

# レジリエンスを高めるには

- レジリエンス向上の共通戦略

[丸山, Legaspi, & 南 '14]

- 冗長性 (!)
- 多様性
- 適応性

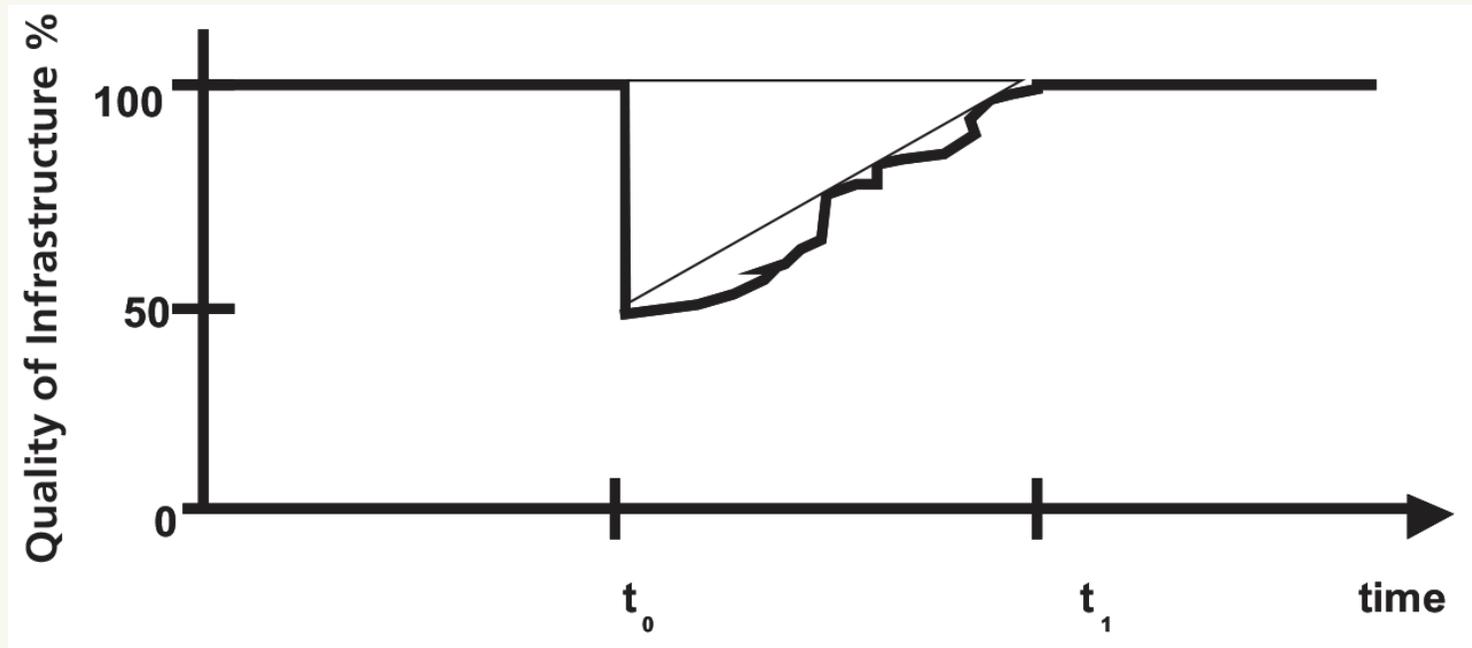
- レジリエンスの構成要素

[Bruneau+ '03]

- Robustness (!)
- Redundancy (!)
- Resourcefulness
- Rapidity

# レジリエンス・トライアングル

- 縦軸（機能）と横軸（時間）

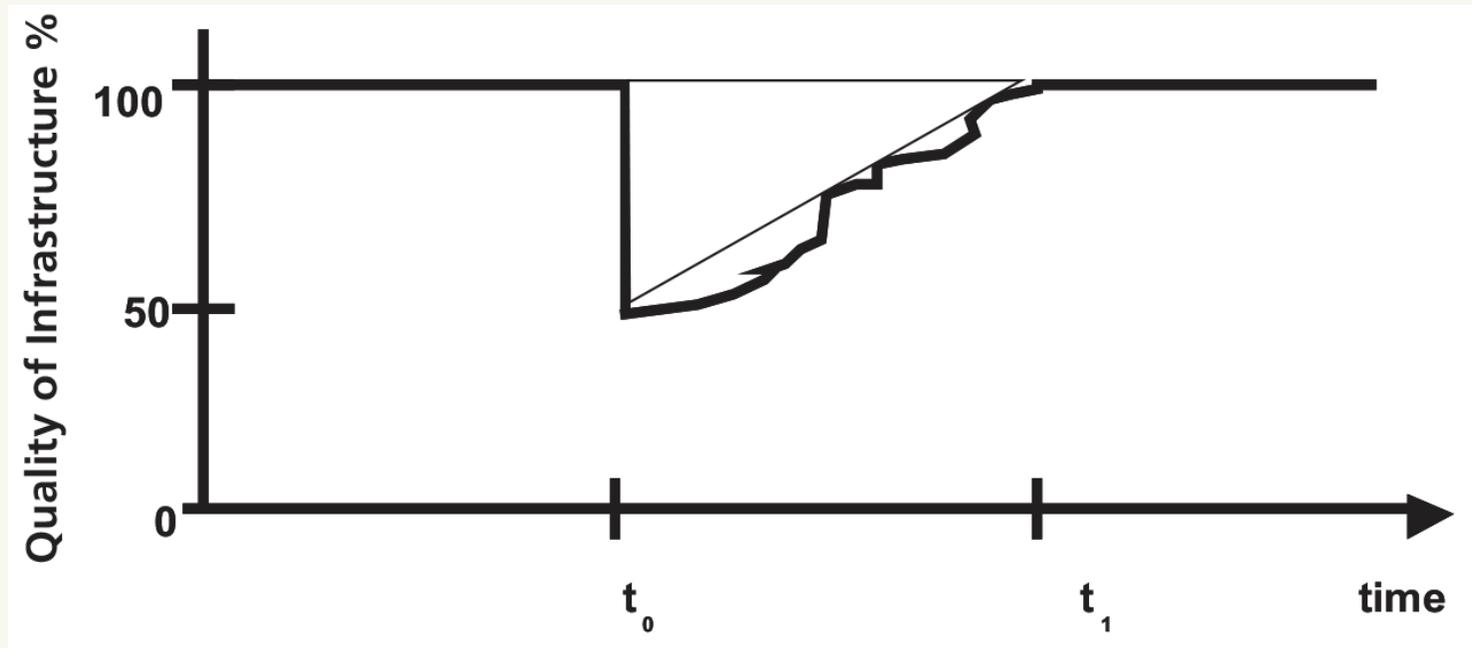


[Bruneau+ '03]

- レジリエンス向上の方策
  - 機能（= 縦軸）の低下量を小さくする.
  - 機能の回復に要する時間（= 横軸）を小さくする.

# レジリエンス・トライアングル

- 縦軸（機能）と横軸（時間）

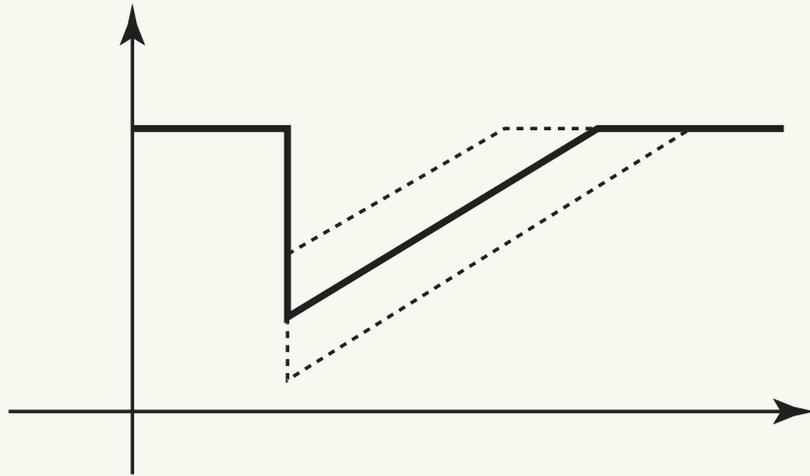


[Bruneau+ '03]

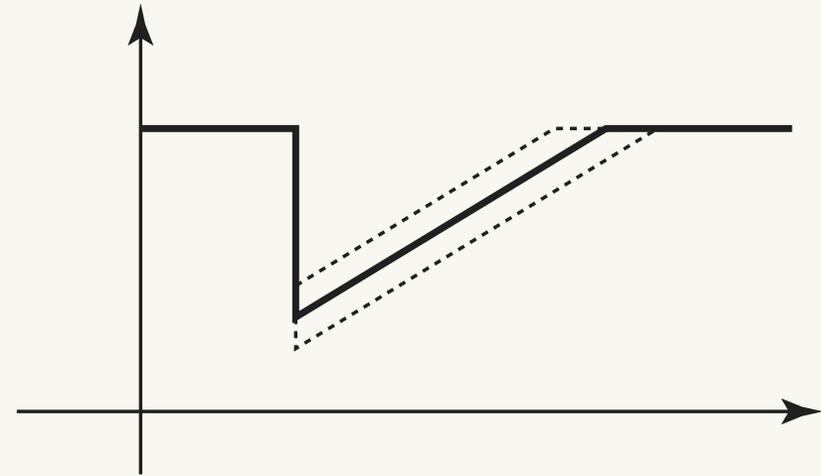
- レジリエンス向上の方策
  - 機能（= 縦軸）の低下量を小さくする. (!)
  - 機能の回復に要する時間（= 横軸）を小さくする.

# レジリエンス・トライアングルとロバスト性

- 機能の喪失・回復のばらつき
  - 縦軸 = 機能, 横軸 = 時間



ロバスト性 小



ロバスト性 大

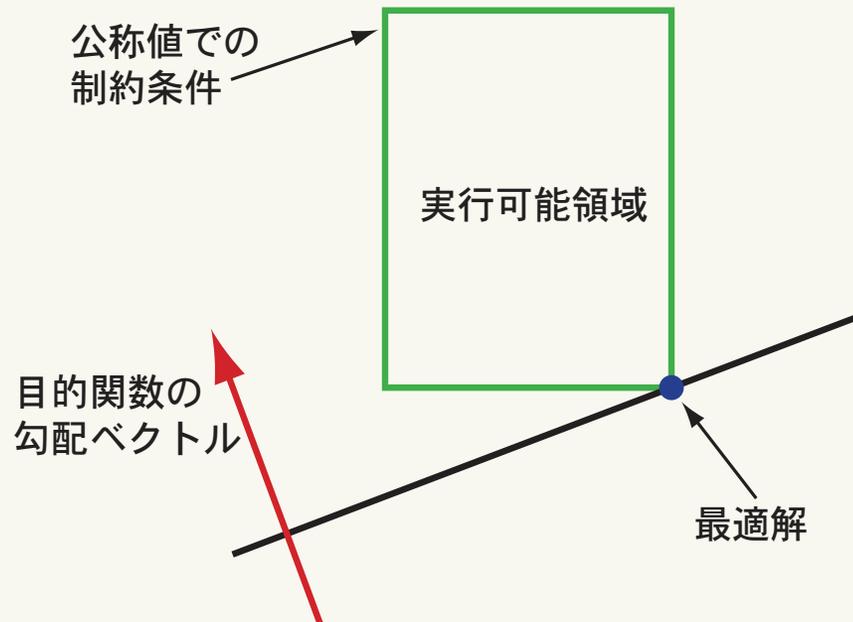
- 最悪ケースでのレジリエンス・トライアングル:
  - ロバスト性を高めることで小さくできる.

# レジリエンスを高める設計手法

- ロバスト最適化：ロバスト性を保証する最適化法
- 冗長性を考慮した最適化：冗長性を保証する最適化法

# ロバスト最適化

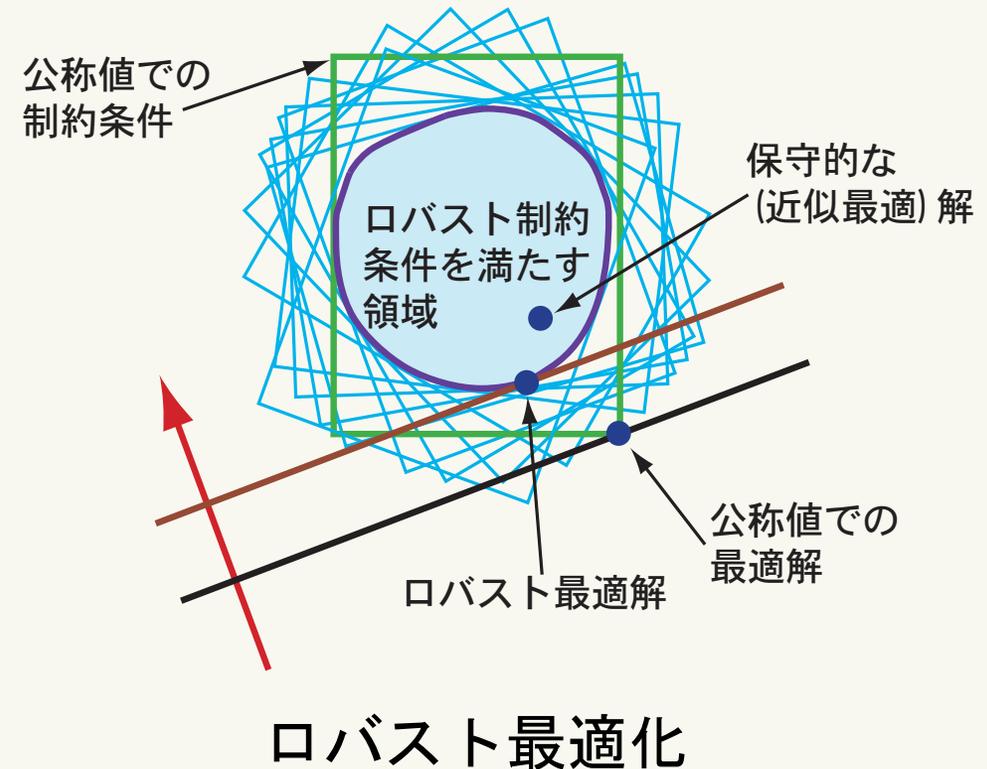
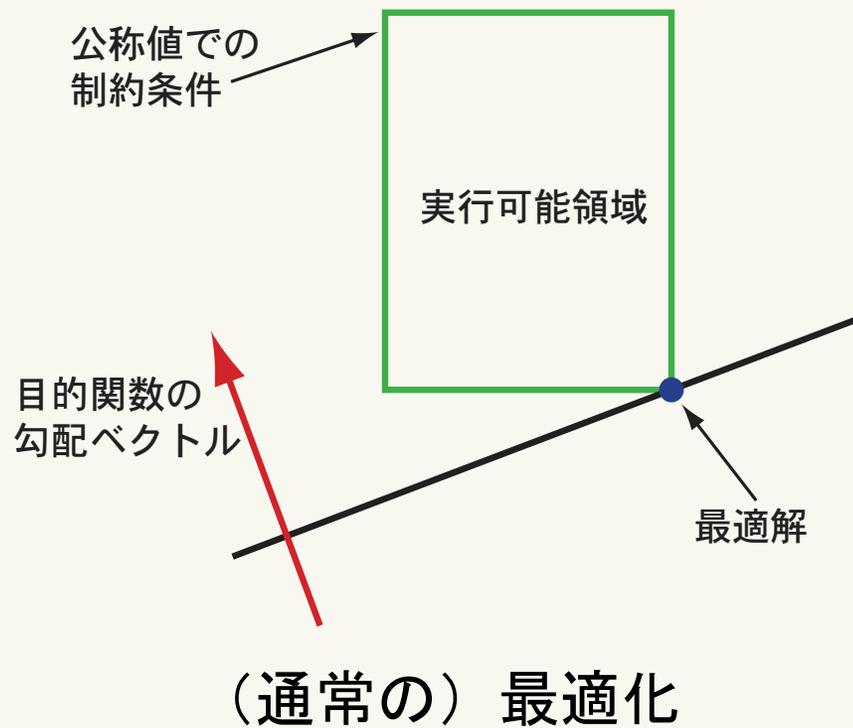
- ロバスト最適化の概念



(通常の) 最適化

# ロバスト最適化

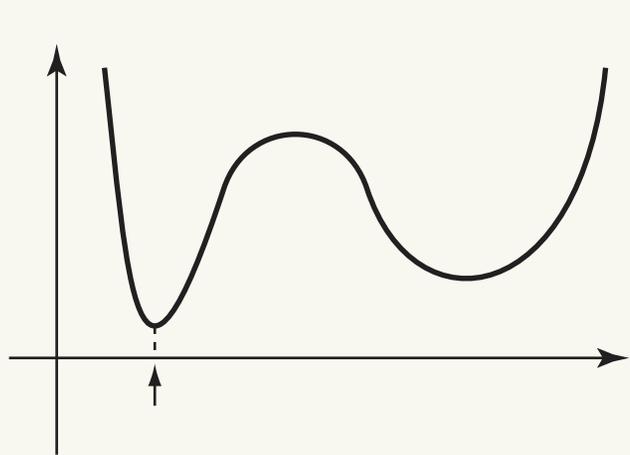
## ● ロバスト最適化の概念



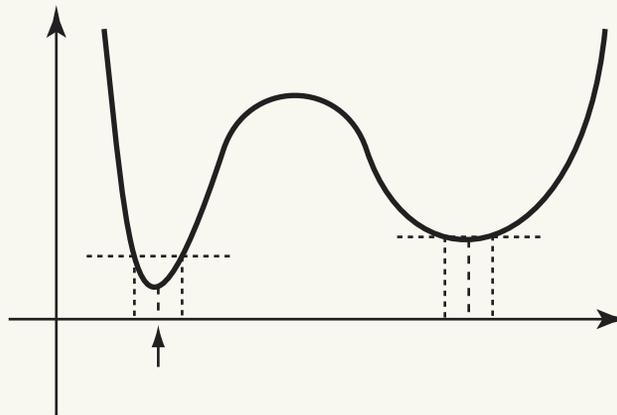
- 制約条件が不確定 (ばらつく).  
→ 「すべての場合に条件を満たす」解を見出す.

# ロバスト最適化

- ロバスト最適化の概念
  - 最悪値の最適化
    - この例では 最大値の最小化



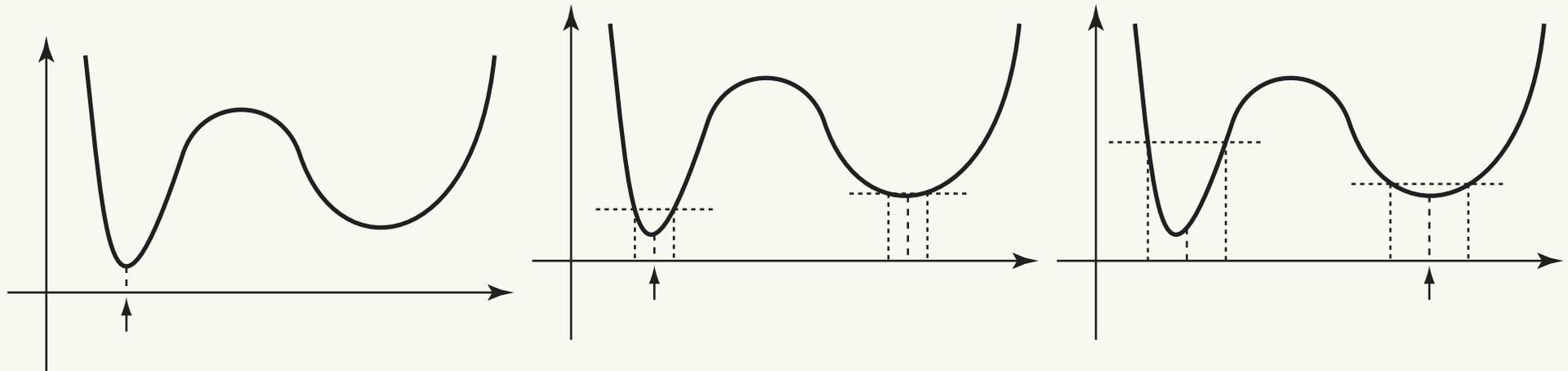
(通常の) 最適化



ロバスト最適化  
(ばらつき 小)

# ロバスト最適化

- ロバスト最適化の概念
  - 最悪値の最適化
    - この例では 最大値の最小化



(通常の) 最適化

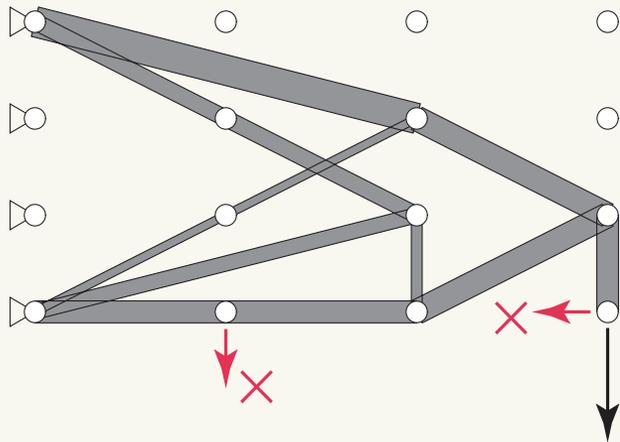
ロバスト最適化  
(ばらつき 小)

ロバスト最適化  
(ばらつき 大)

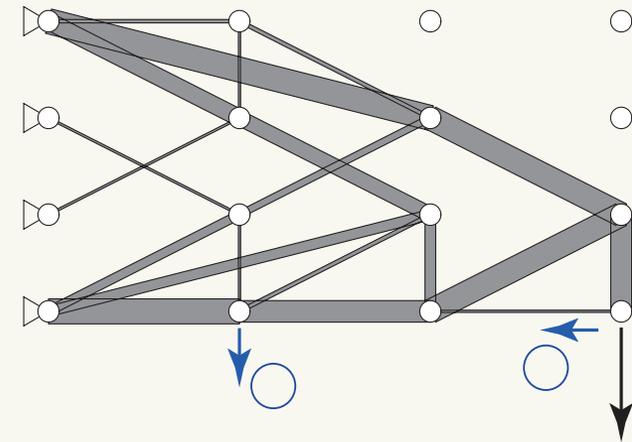
- ロバスト最適解は ばらつき (不確定性) の大きさに依存する.

# 外力の不確定性に対するロバスト最適化

- 外力 : 「中心が  $\tilde{f}$ , 幅  $\alpha$  以下の円」の任意の点
- 外力仕事 (コンプライアンス) 最小化
- ロバスト性 : 最悪値の最小化



通常最適化の解

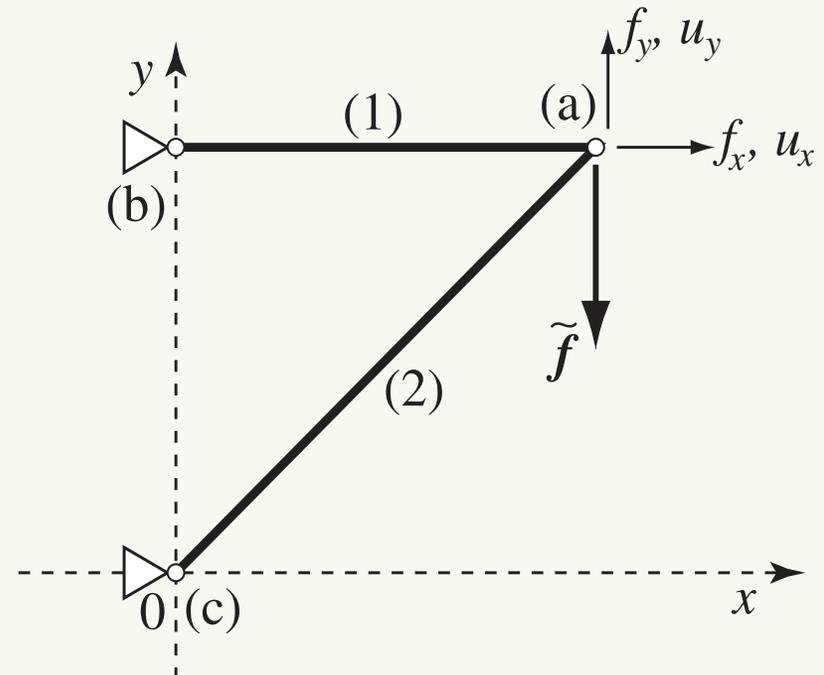
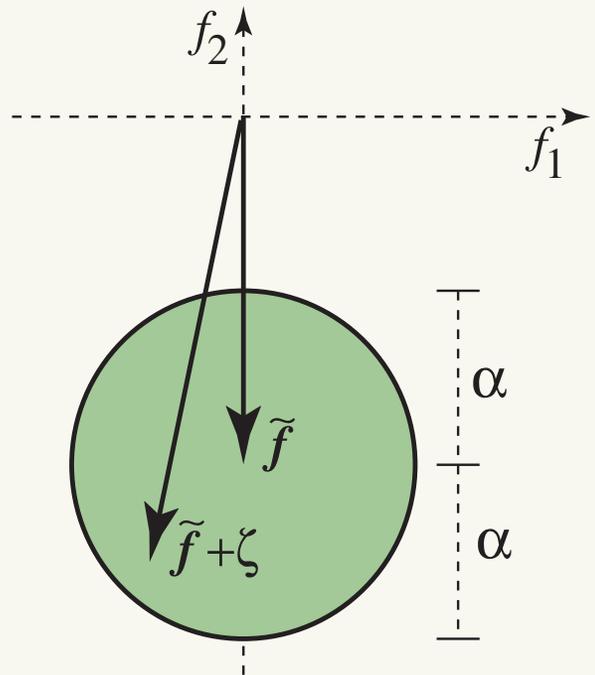


ロバスト最適化の解

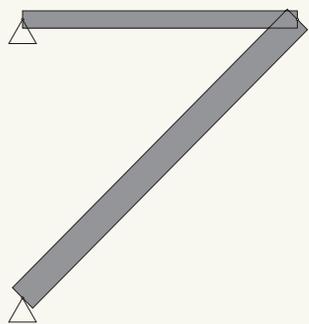
- 無限個の荷重条件を考慮 → 解の安定性を保証

# 外力の不確定性に対するロバスト最適化

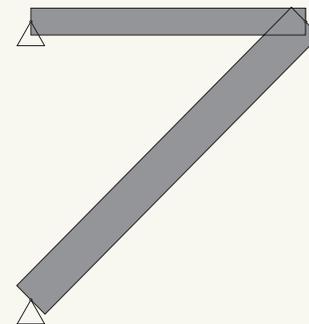
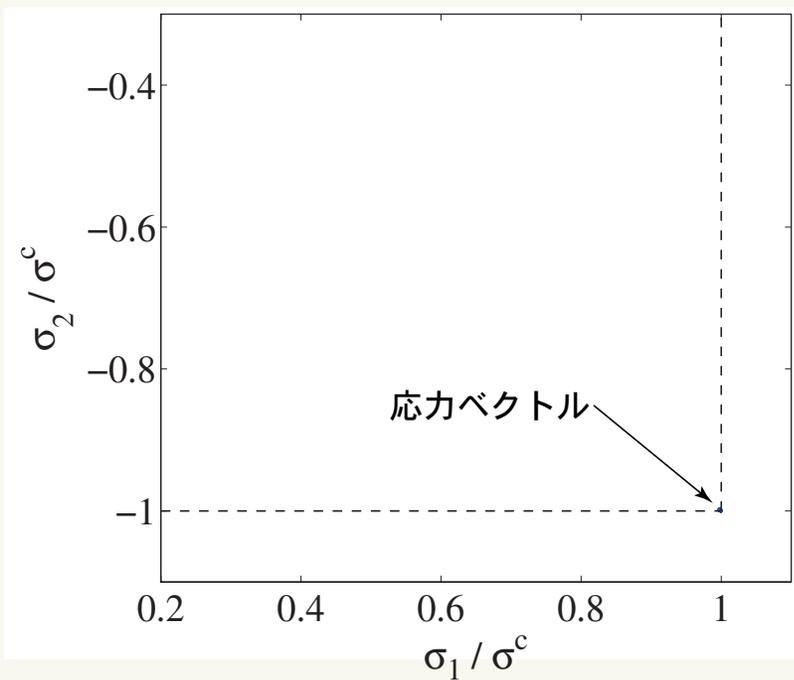
- 外力 : 「中心が  $\tilde{f}$ , 幅  $\alpha$  以下の円」の任意の点
- 応力制約
  - ロバスト性 : どの外力に対しても 応力が上下限值以内



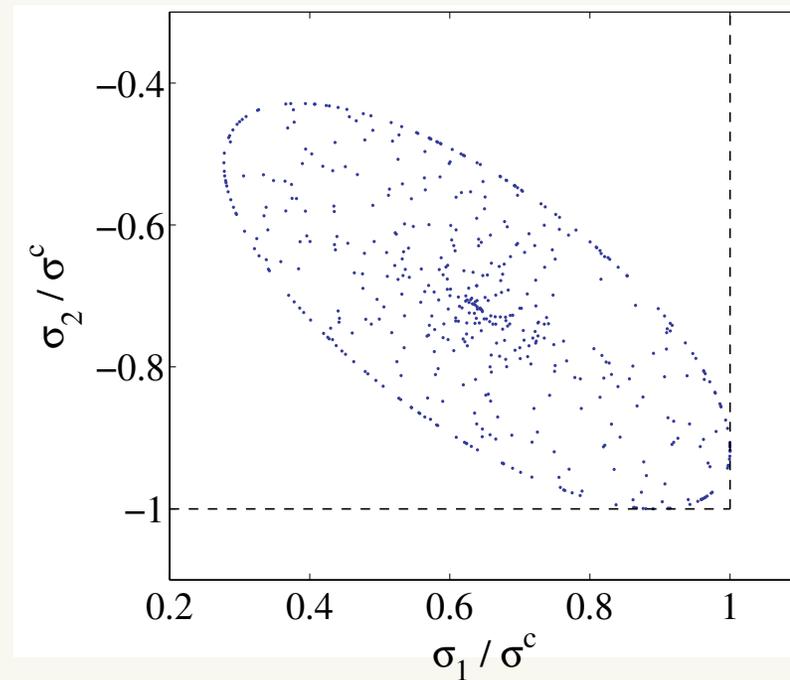
# 外力の不確定性に対するロバスト最適化



通常最適化の解

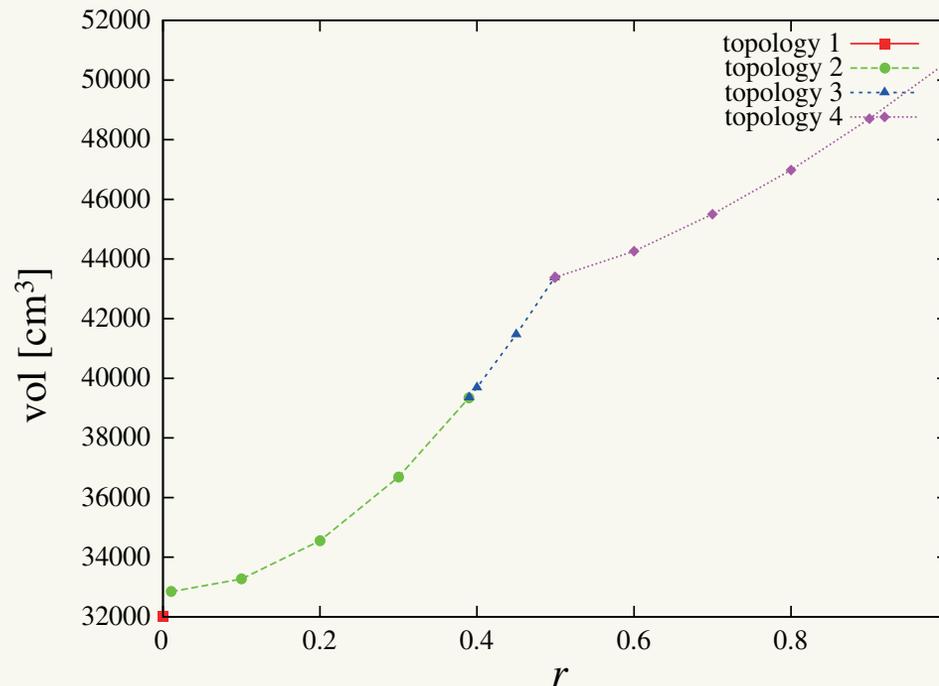


ロバスト最適化の解

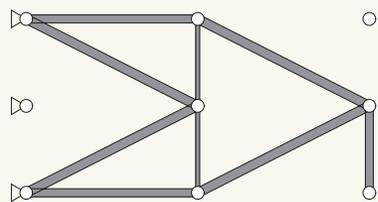


# 不確定性の大きさとロバスト最適解の関係

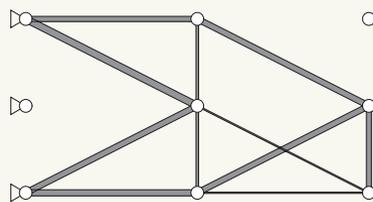
- 不確定性の大きさ  $r$  と最適値  $vol$  のトレードオフ



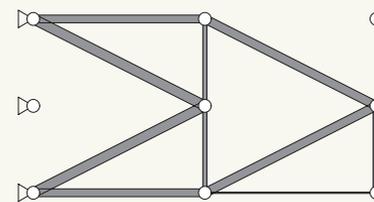
- ロバスト最適解の位相の変化



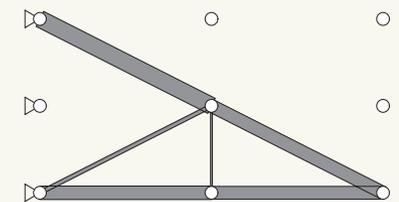
topology 1



topology 2



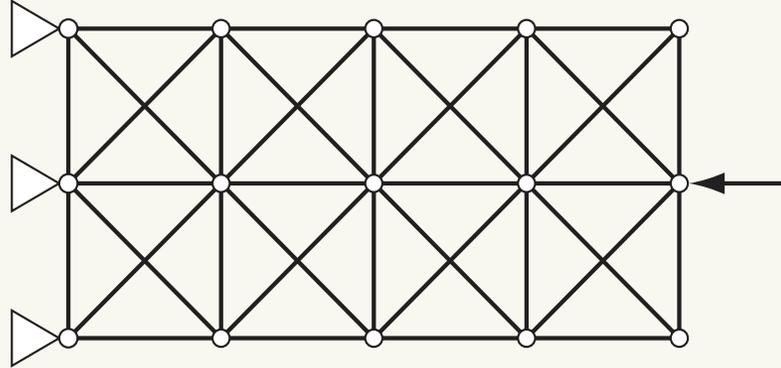
topology 3



topology 4

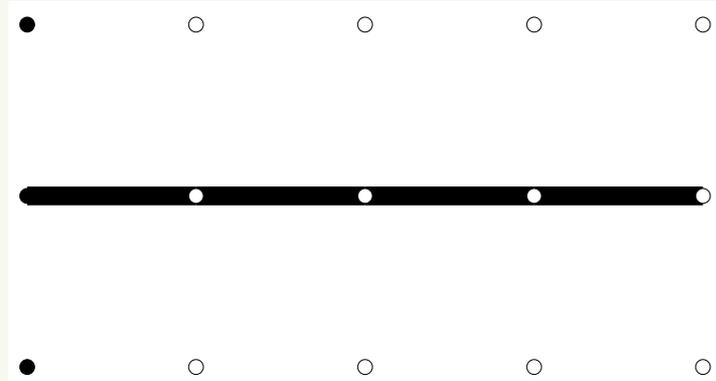
# 幾何学的な不確定性に対するロバスト最適化

- トラスの外力仕事（コンプライアンス）最小化
  - 問題設定：

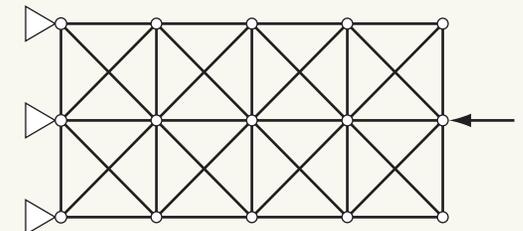


# 幾何学的な不確定性に対するロバスト最適化

- トラスの外力仕事（コンプライアンス）最小化
  - 最適解：



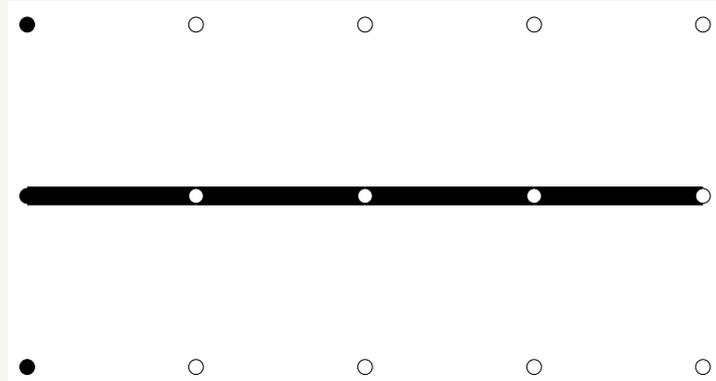
- 不安定
- （圧縮力の作用下で）非現実的
- 節点位置の不整 → （微小変形の範囲では）釣合状態なし



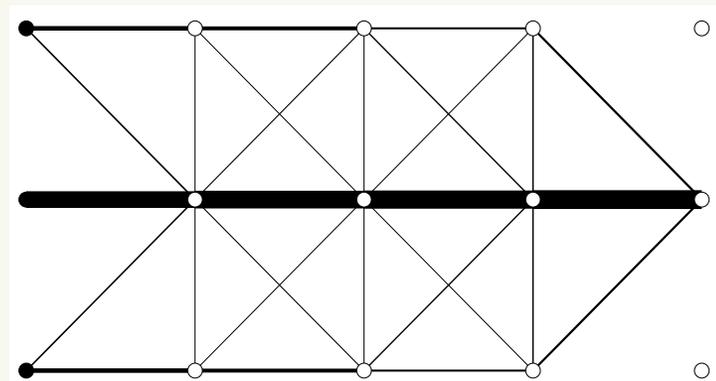
# 幾何学的な不確定性に対するロバスト最適化

- トラスの外力仕事（コンプライアンス）最小化

- 最適解：

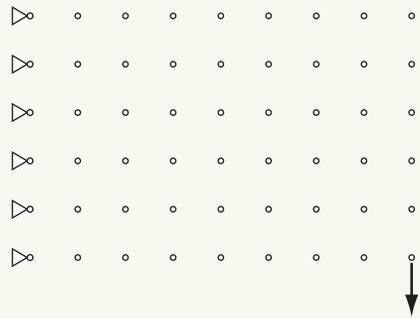


- ロバスト最適解：

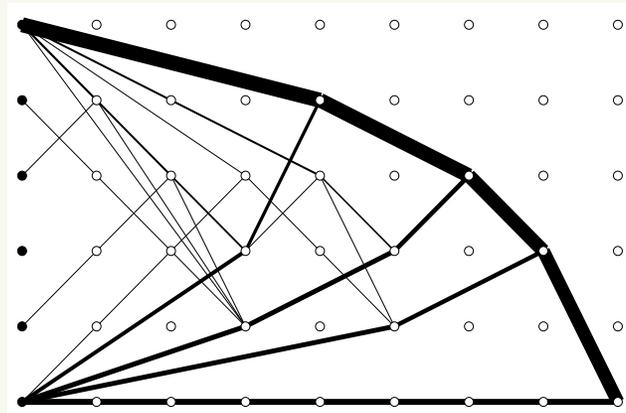


- 節点位置の不確定性に対するロバスト性

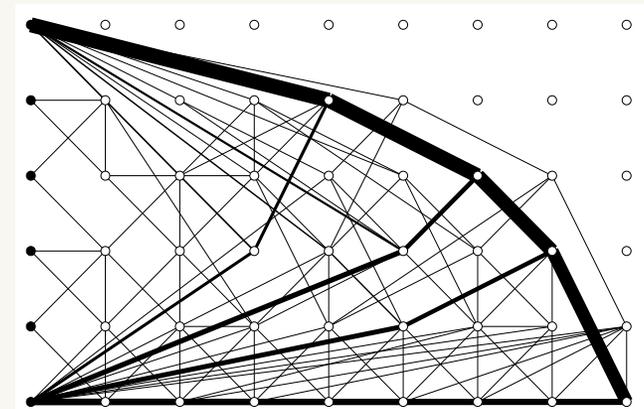
# 幾何学的な不確定性に対するロバスト最適化



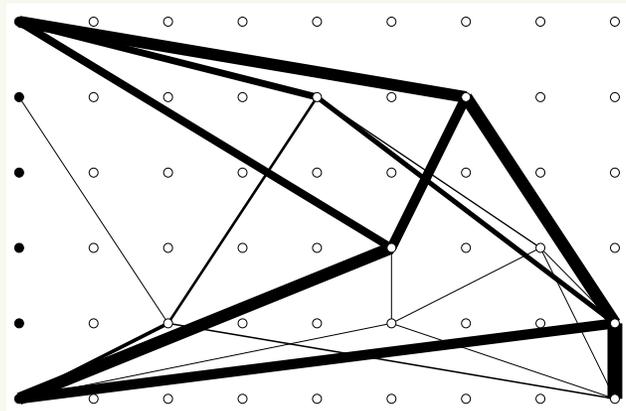
919 部材



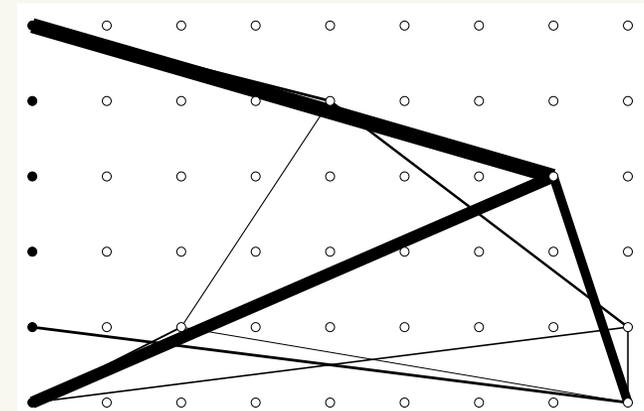
公称値での最適解



$r = 0.02 \text{ m}$



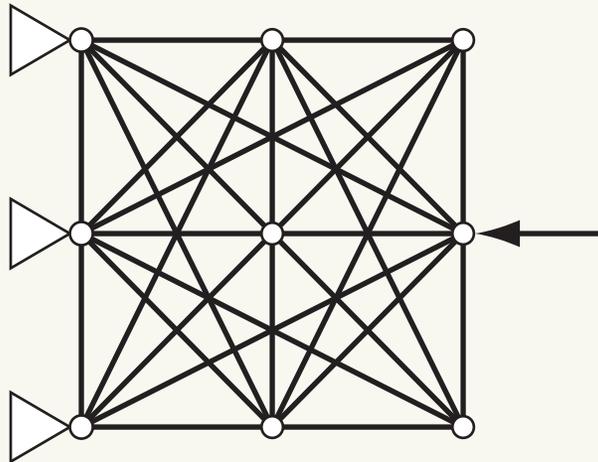
$r = 0.05 \text{ m}$



$r = 0.1 \text{ m}$

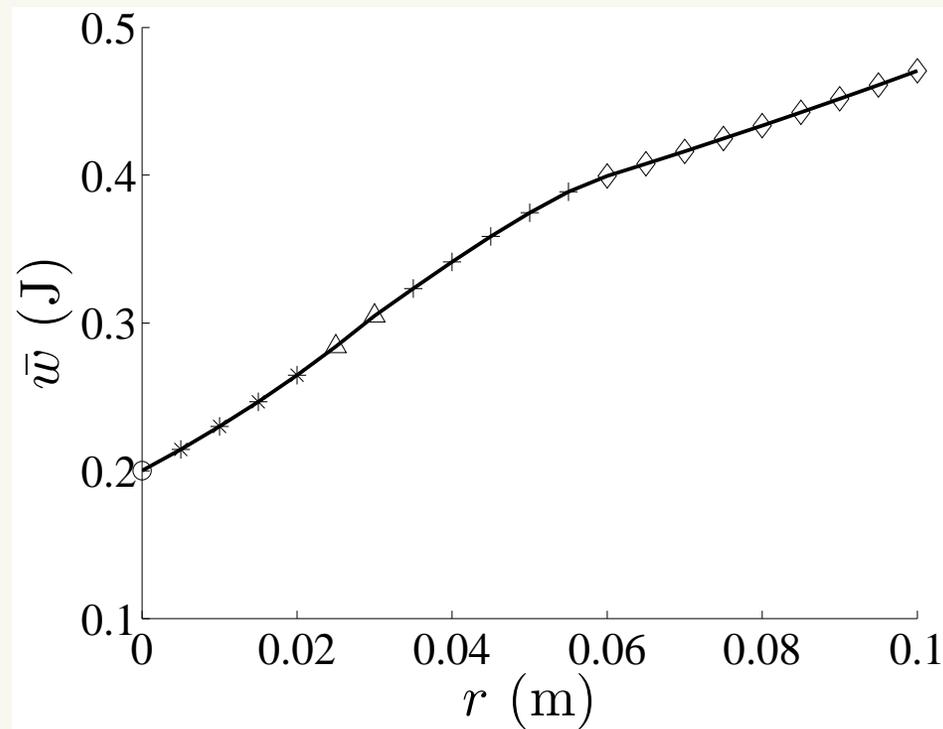
# 幾何学的な不確定性：不確定性の大きさの影響

- 不確定性のレベル： $r$ 
  - $0$  (= 不確定性なし)  $\leftrightarrow$   $0.1\text{ m}$  ( $\approx 10\%$  の不確定性)



# 幾何学的な不確定性：不確定性の大きさの影響

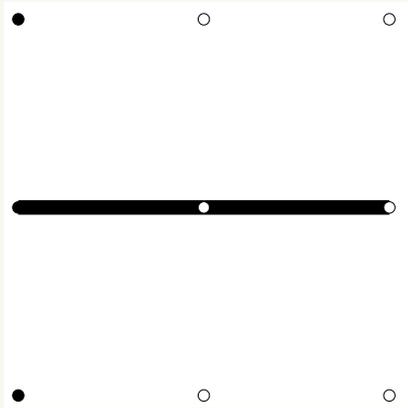
- 不確定性のレベル： $r$ 
  - $0$  (= 不確定性なし)  $\leftrightarrow$   $0.1\text{ m}$  ( $\approx 10\%$  の不確定性)
- 得られる最適値  $\bar{w}$  ( $\approx$  コンプライアンスの最悪値) の変化



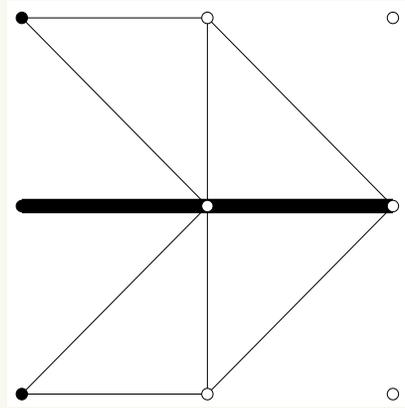
- ロバスト性曲線 (トレード・オフ)
  - 性能の要求値  $\uparrow$  (i.e.,  $\bar{w} \downarrow$ )  $\leftrightarrow$  ロバスト性  $r \downarrow$

# 幾何学的な不確定性：不確定性の大きさの影響

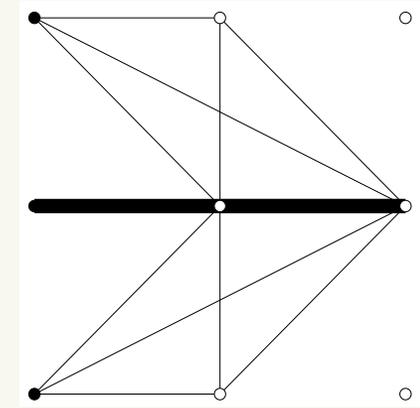
- 不確定性のレベル： $r$  vs. トポロジーの変化



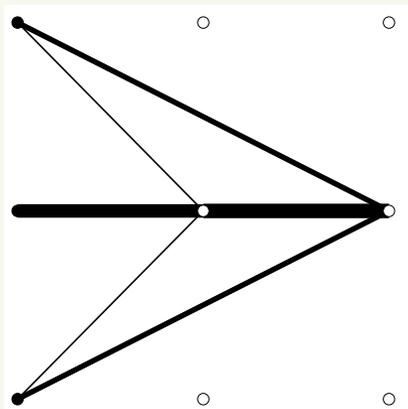
$r = 0$



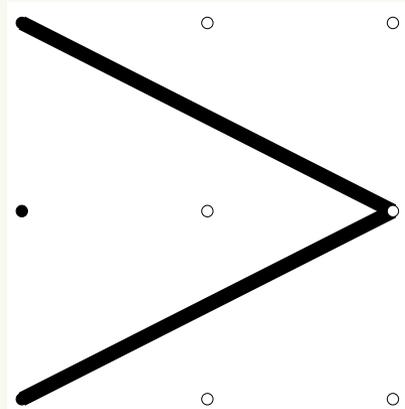
$0.05 \leq r \leq 0.02$



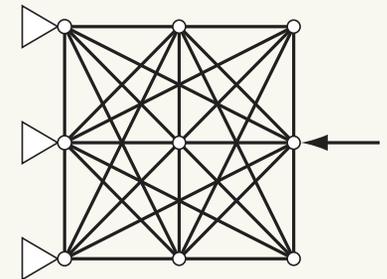
$0.025 \leq r \leq 0.03$



$0.035 \leq r \leq 0.055$



$0.06 \leq r \leq 0.1$



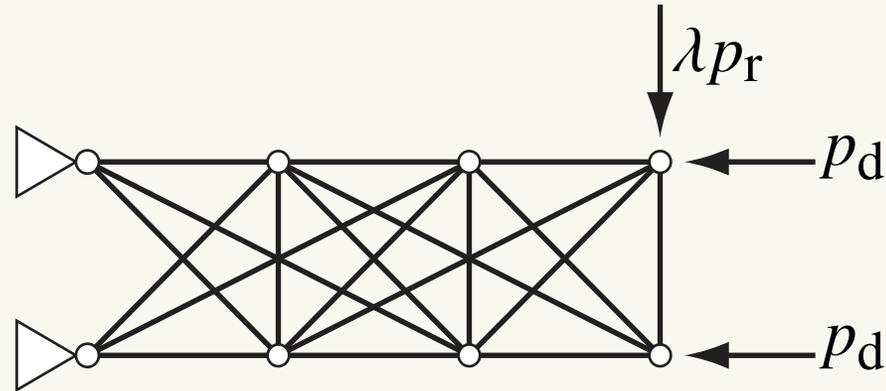
- $r$  大  $\leftrightarrow$  節点数 小

# 冗長性を高める設計手法

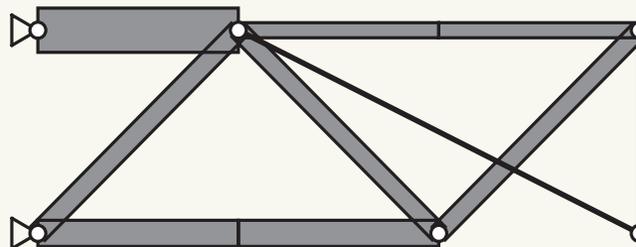
- 既往の研究はほとんどない.
  - Shannon の符号化理論における冗長性を適用  
[Mohr, Stein, Matzies, & Knapek '14]
  - 構造物の崩壊時の 構造要素の損傷の条件付き確率  
[Mousavi & Gardoni '14]
- 冗長性は 損傷の最悪シナリオと密接な関係がある.
- 損傷の最悪シナリオにおける構造性能 → 最大化 (!)

# 冗長性最大化の例

- 構造性能として（簡単のため）崩壊荷重係数を考える.

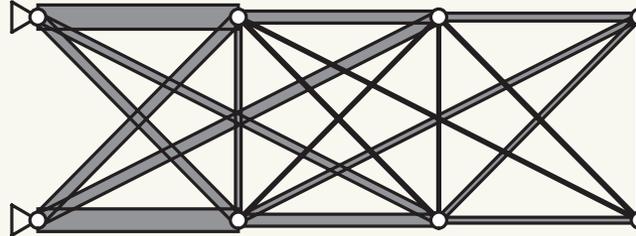


- $\lambda$  を最大化
  - 設計変数は 部材の断面積
  - 部材の体積の総和は一定
- 通常の（= 冗長性を考慮しない）最適解



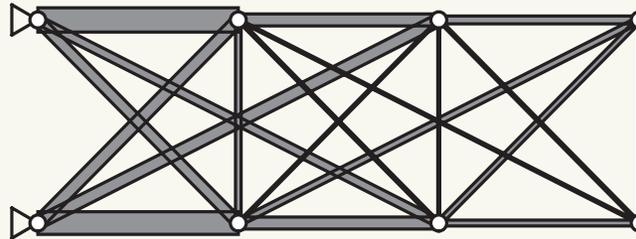
# 冗長性最大化の例

- 冗長性  $\alpha = 1$  に対する解
  - つまり、部材が1本消失する最悪シナリオに対する最適化
    - 最悪シナリオにおける崩壊荷重係数を最大化

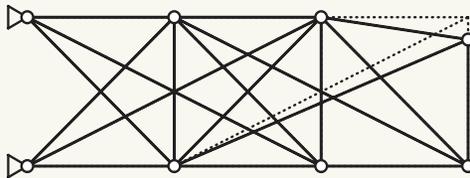
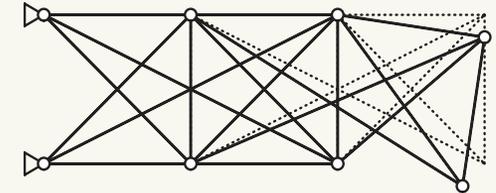
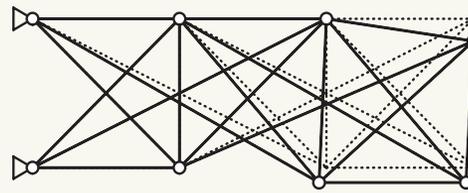
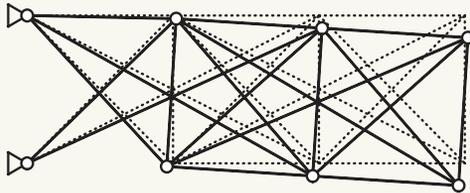
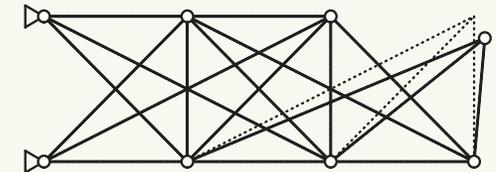
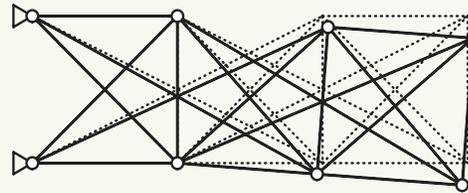
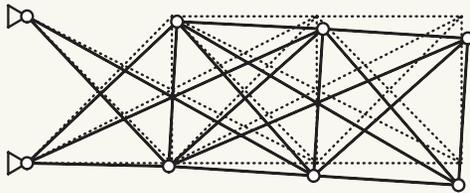


# 冗長性最大化の例

- 冗長性  $\alpha = 1$  に対する解
  - つまり、部材が1本消失する最悪シナリオに対する最適化

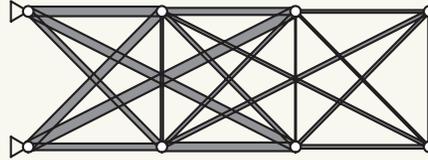


- 解では7個の最悪シナリオが重複する.



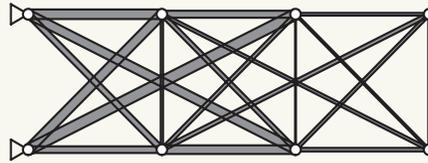
# 冗長性最大化の例

- 冗長性  $\alpha = 2$  に対する解
  - つまり、部材が2本消失する最悪シナリオに対する最適化
    - 最悪シナリオにおける崩壊荷重係数を最大化

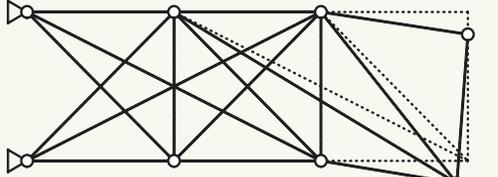
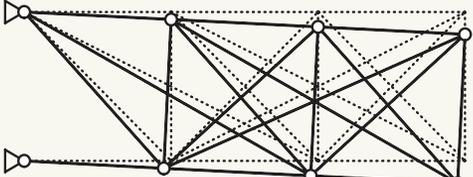
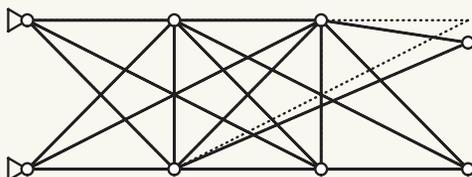
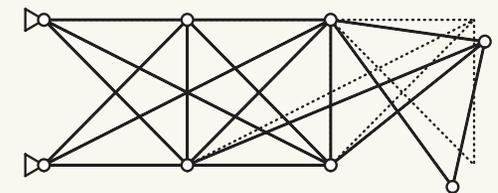
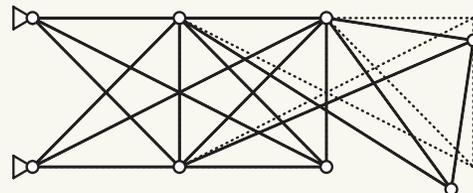
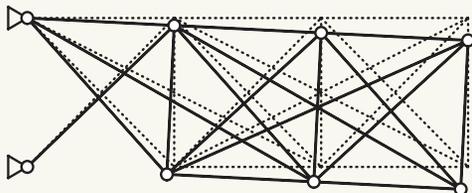
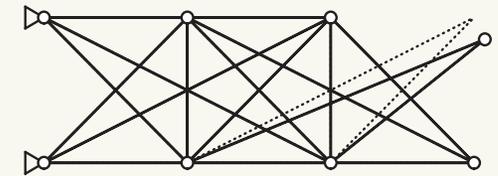
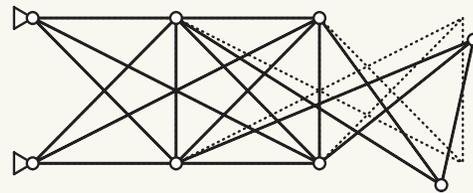
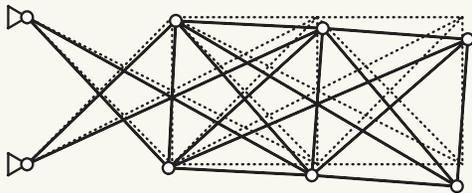


# 冗長性最大化の例

- 冗長性  $\alpha = 2$  に対する解
  - つまり、部材が2本消失する最悪シナリオに対する最適化

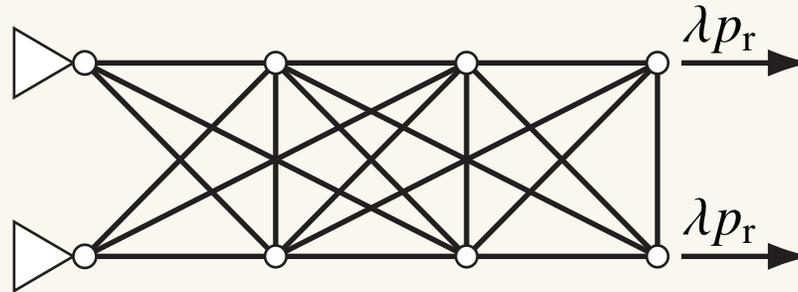


- 解では9個の最悪シナリオが重複する.
  - 「弱点」である損傷シナリオがなくなる.



# 冗長性最大化の例：別の荷重条件

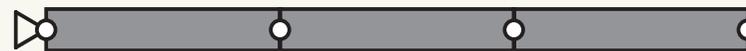
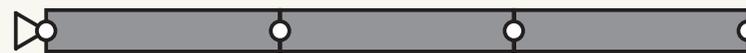
- 問題設定



- 崩壊荷重係数  $\lambda$  を最大化

- 設計変数は部材の断面積

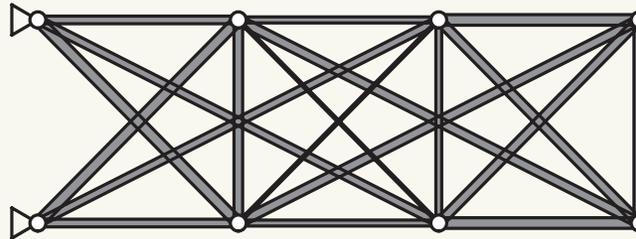
- 通常の（= 冗長性を考慮しない）最適解：



- 冗長性なし

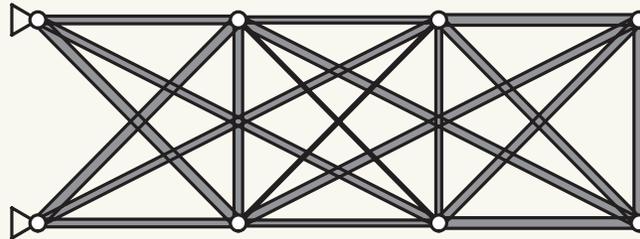
# 冗長性最大化の例：別の荷重条件

- 冗長性  $\alpha = 1$  に対する解
  - つまり，部材が1本消失する最悪シナリオに対する最適化

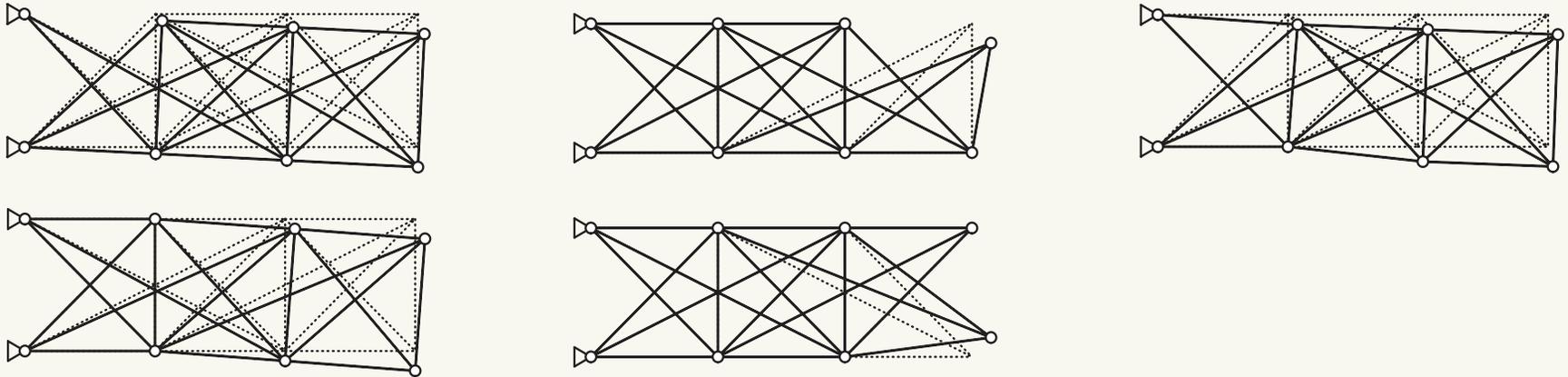


# 冗長性最大化の例：別の荷重条件

- 冗長性  $\alpha = 1$  に対する解
  - つまり、部材が1本消失する最悪シナリオに対する最適化



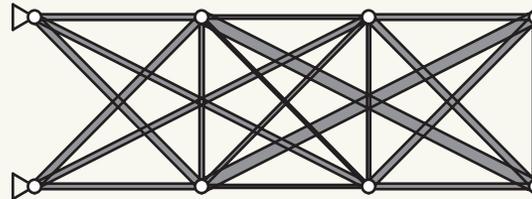
- 解では多くの (= 9 個の) 最悪シナリオが重複する.



- (対称なシナリオは除いている)

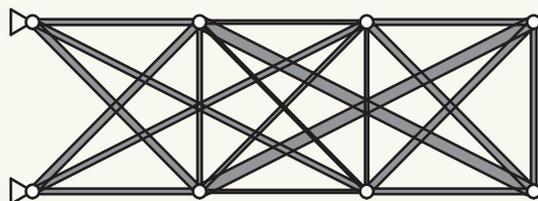
## 冗長性最大化の例：別の荷重条件

- 冗長性  $\alpha = 2$  に対する解
  - つまり、部材が2本消失する最悪シナリオに対する最適化

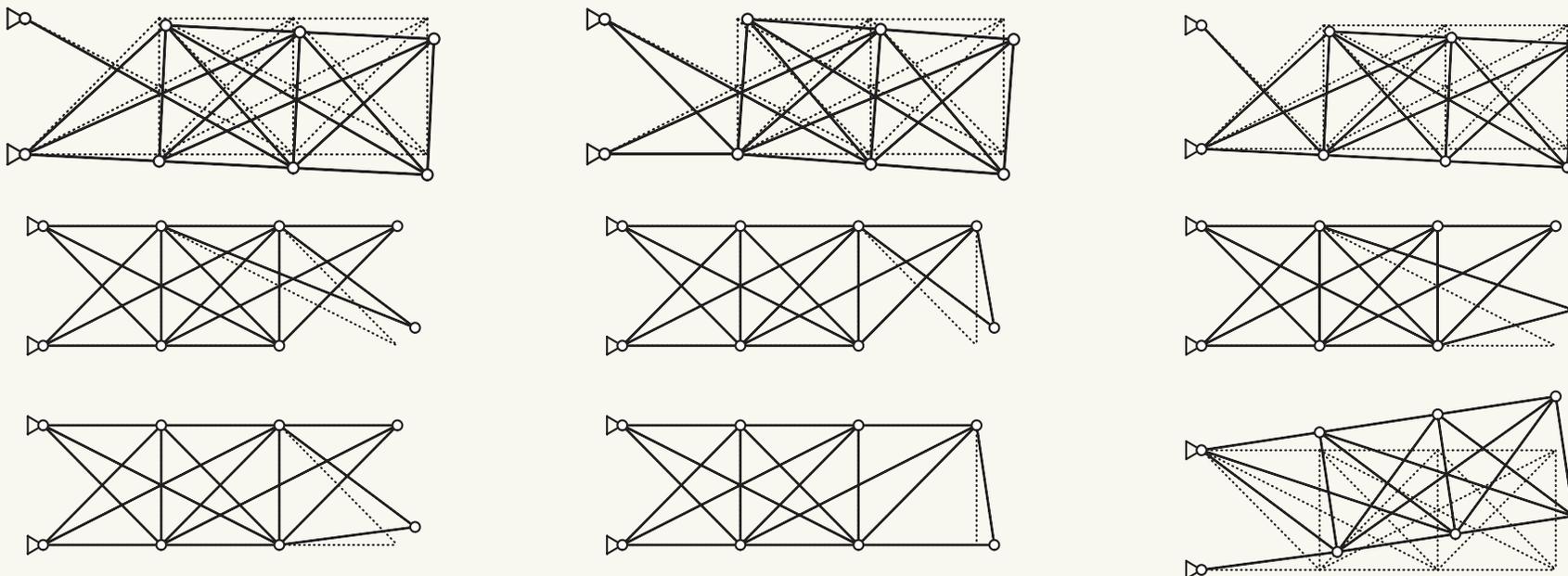


# 冗長性最大化の例：別の荷重条件

- 冗長性  $\alpha = 2$  に対する解
  - つまり，部材が2本消失する最悪シナリオに対する最適化

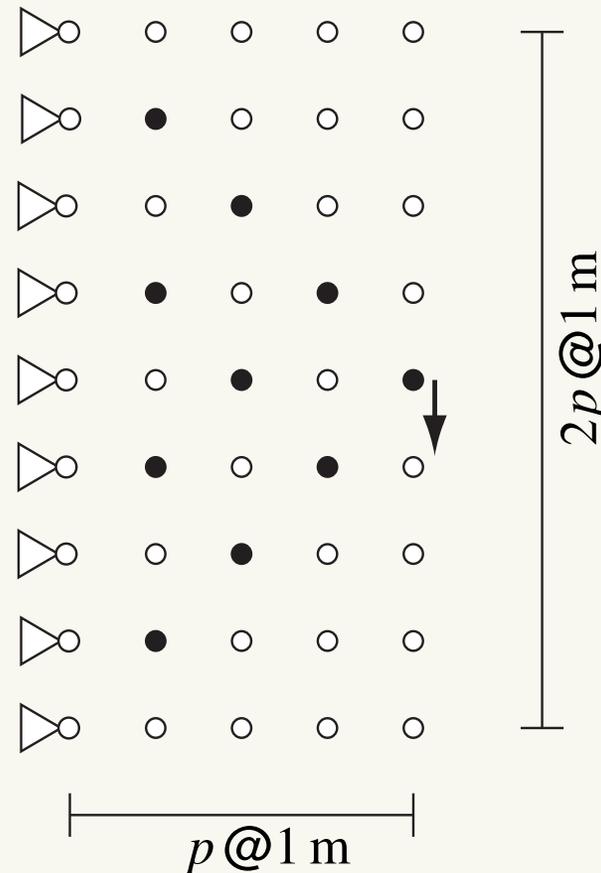


- 非常に多くの (= 18 個の) 最悪シナリオが重複する.



# ロバスト最適化における最悪シナリオの重複

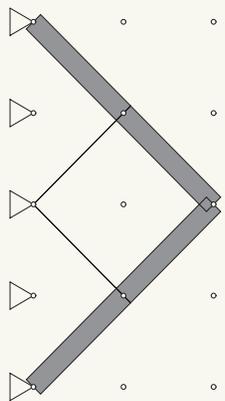
- ロバスト最適解でも 最悪シナリオはしばしば重複する.
- トラスの例 ( $p$  は問題のサイズを表すパラメーター)



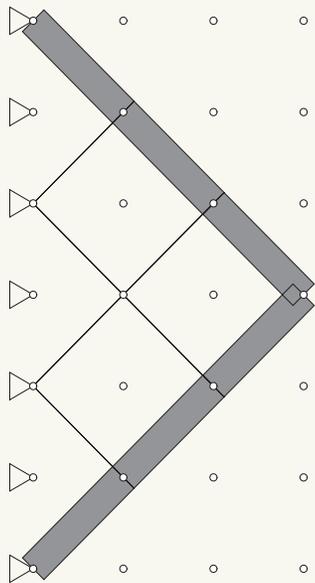
- 実際はすべての節点間に部材がある.
- ただし, 重なりあう部材は長い方を除いてある.

# ロバスト最適化における最悪シナリオの重複

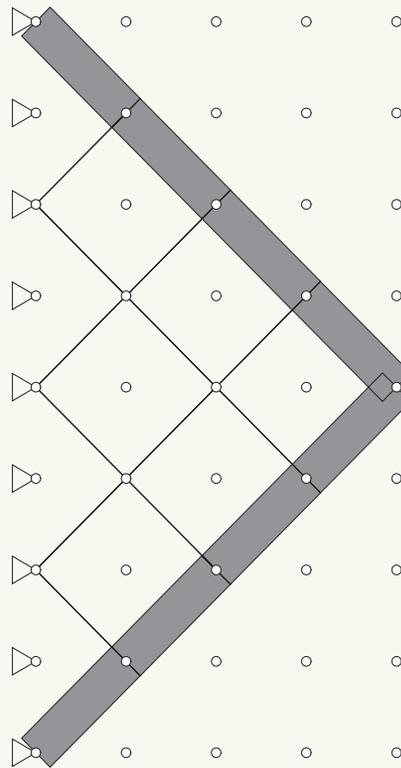
- ロバスト最適解
  - 外力が不確定，コンプアイテムの最悪値の最小化



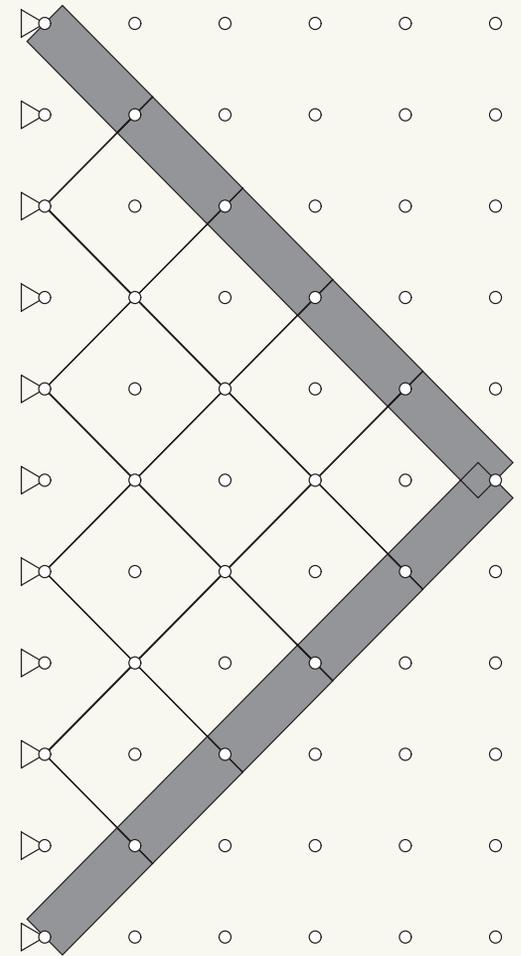
$p = 2$



$p = 3$



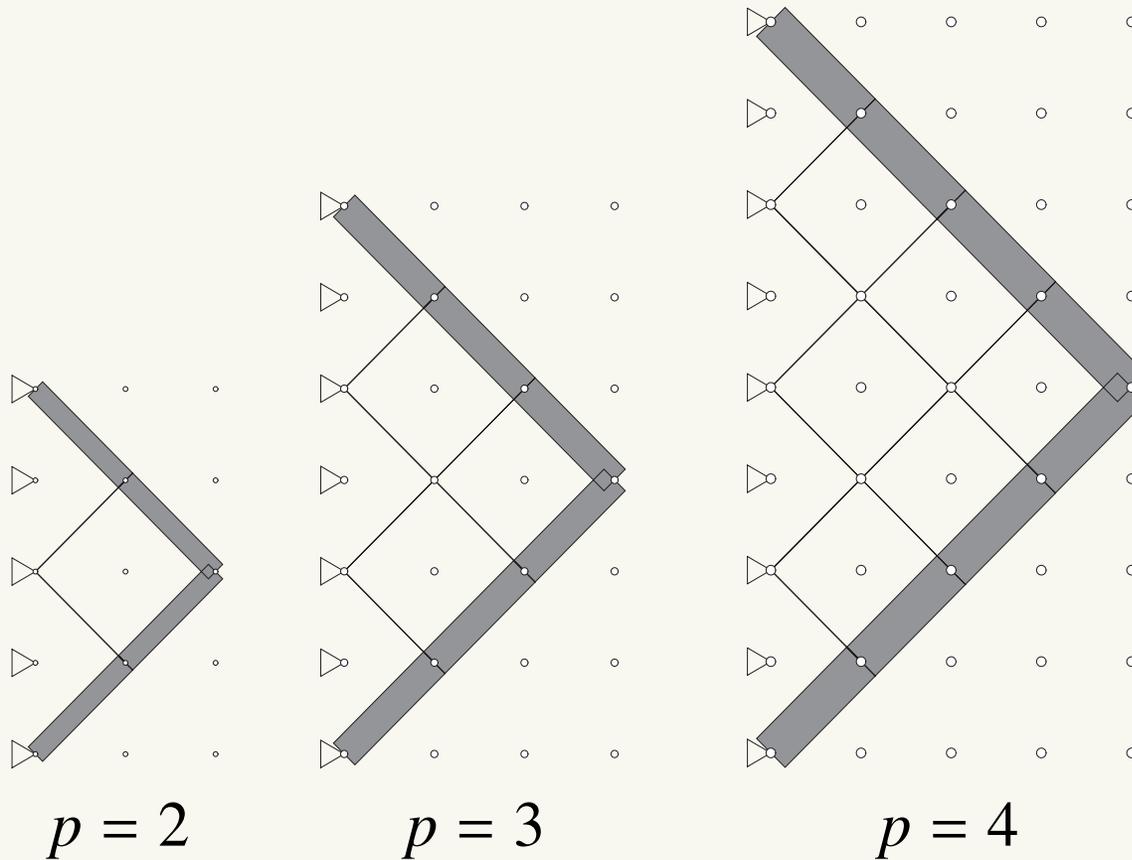
$p = 4$



$p = 5$

# ロバスト最適化における最悪シナリオの重複

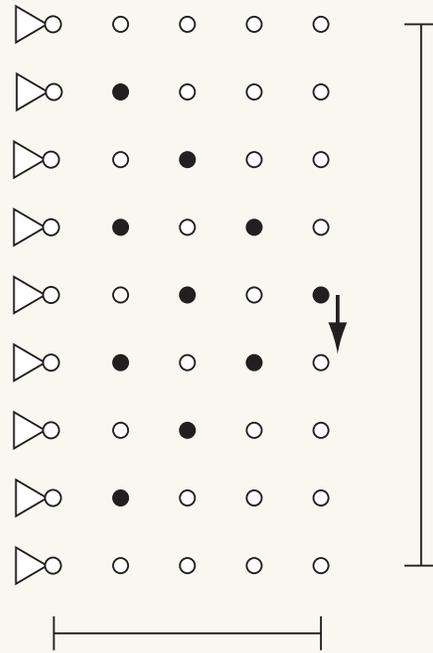
- ロバスト最適解



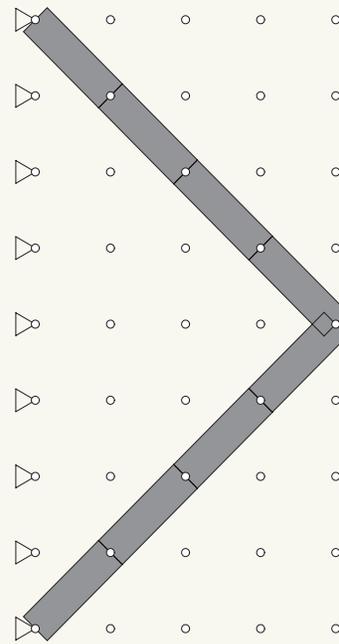
- 重複する最悪シナリオの数 =  $2p - 1$
- $p$  を増やすと 重複の数も増える.

# 最悪シナリオが重複する理由

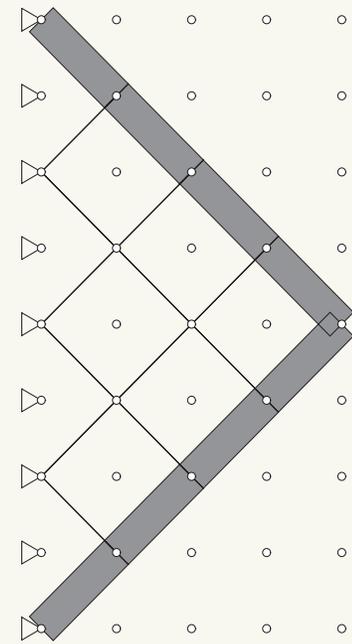
- $p = 4$



初期設定



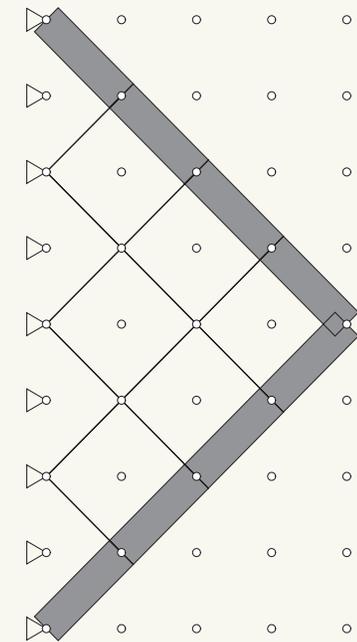
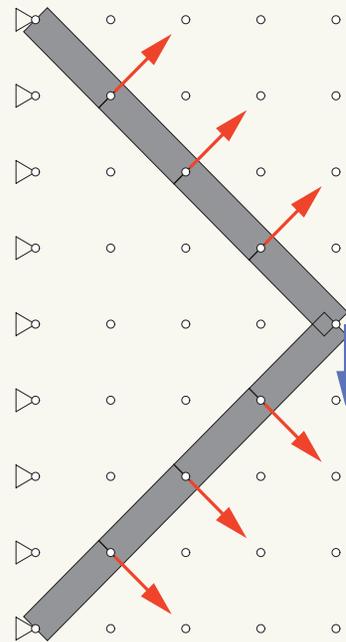
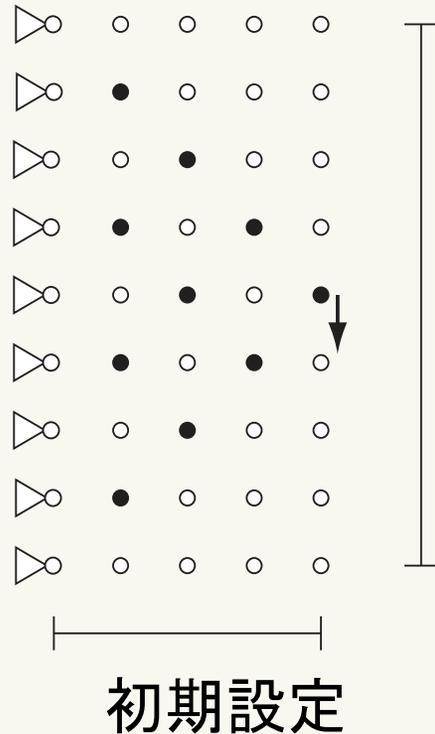
ロバスト性を考慮しない場合の最適解



ロバスト最適解

# 最悪シナリオが重複する理由

- $p = 4$



- 公称値の荷重シナリオ 1 つ  
+  $2(p - 1)$  個の不安定な節点に外力がかかるシナリオ  
=  $2p - 1$  個の最悪シナリオ

# まとめ

- レジリエンス向上の一方策
  - 性能の低下量を小さくする。
    - 構造物のロバスト性・冗長性を高める。
  - 性能の回復に要する時間を小さくする。
- ロバスト性の向上
  - 外的な環境の不確定性に対する構造物の抵抗力の向上
- 冗長性の向上
  - 構造要素の損傷の不確定性に対する抵抗力の向上
- 最悪シナリオにおける構造性能の確保の指針
  - ロバスト／冗長性最適化の解は多くの場合複数の最悪シナリオをもつ。